

தகவல்களை விவரங்களாக மாற்றுதல், விவரம் சேகரத்தல்

அறிமுகம்

விவரங்களைக் கையாளுதல் என்பது புள்ளியியலின் ஒரு பகுதியாகும். புள்ளியியல் என்ற சொல் “ஸ்டேட்டஸ்” என்ற லத்தீன் சொல்லிருந்து வந்ததாகும். புள்ளியியல் என்பது அறிவியல் சார்ந்த எண்கள் (Science of Numbers). அந்த எண்கள் இங்கு விவரங்களை எண்களோடு சேர்த்து ஒப்பிடப்படுகிறது. அதாவது

- I. வகுப்பில் உள்ள மாணவர்களின் மதிப்பெண்கள்
- II. ஒரு கிராமத்தில் குறிப்பிட்ட வயதுள்ள குழந்தைகளின் எடை
- III. ஒரு வருடத்தில் ஒரு குறிப்பிட்ட இடத்தில் பெய்த மழையின் அளவு புள்ளியியல், விவரங்களை சேகரித்தல், வகைப்படுத்துதல், பகுப்பாய்வு செய்தல் மற்றும் இவற்றின் மூலம் தகவல்களைப் பெறுவதற்கு புள்ளியியல் பயன்படுகிறது. தேவையான தகவல்களைத் தருகின்ற, எண்சார் வடிவில் அமைந்த எந்த ஒரு தகவலின் தொகுப்பும் விவரம் ஆகும்.

1. ஒரு வகுப்பறையில் உள்ள 20 மாணவர்களின் உயரங்கள் (செ.மீ) கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

120, 122, 127, 112, 129, 118, 130, 132, 120, 115

124, 128, 120, 134, 126, 110, 132, 121, 127, 118.

இங்கு மிகச்சிறிய மதிப்பு 110 செ.மீ. மற்றும் மிகப்பெரிய மதிப்பு 134 செ.மீ.

$$\begin{aligned} \text{வீச்சு} &= \text{மிகப்பெரிய மதிப்பு} - \text{மிகச்சிறிய மதிப்பு} \\ &= 134 - 110 = 24 \end{aligned}$$

பிரிவு மற்றும் பிரிவு இடைவெளிகள்

மேற்கூறிய எடுத்துக்காட்டு 1.1 இல் நாம் 5 பிரிவுகளை எடுத்துக்கொள்வோம். 110 – 115, 115, – 120, 120 – 125, – 130 – 135 ஒவ்வொரு பிரிவையும் பிரிவு இடைவெளிகள் என்று கூறலாம். பிரிவு இடைவெளிகள் சமமாக இருக்க வேண்டும்.

பிரிவுகளின் எண்ணிக்கை மிகப்பெரியதாகவோ அல்லது மிகச் சிறியதாகவோ இருக்கக் கூடாது. பிரிவுகளின் எண்ணிக்கை பொதுவாக ஐந்திலிருந்து பத்துக்குள் இருக்கலாம். பிரிவு எல்லைகள். வகுப்பு 110 – 115 இல் 110 என்பது பிரிவின் கீழ் எல்லை மற்றும் 115 என்பது மேல் எல்லை என அழைக்கப்படும்.

i. மேல் எல்லை சேர்த்துக் கொள்ளப்பட்ட வடிவம்

இந்த பிரிவு இடைவெளியில் கீழ் எல்லையும் மேல் எல்லையும் பிரிவு இடைவெளியில் சேர்த்துக்கொள்ளப்படுகிறது. எடுத்துக்காட்டாக முதல் பிரிவு இடைவெளி 110 - 114 இல் உயரங்கள் 110 செ.மீ -ம் 114 செ.மீ-ம் சேர்க்கப்படுகிறது. இரண்டாவது பிரிவு இடைவெளி 115 - 119 இல் உயரங்கள் 115 செ.மீ மற்றும் 119 செ.மீ சேர்க்கப்படுகிறது. இவ்வாறு மற்ற பிரிவு இடைவெளிகளை எழுதலாம்.

ii. மேல் எல்லை சேர்த்துக் கொள்ளப்படாத வடிவம்

மேலே உள்ள எடுத்துக்காட்டு 1.1 இல் முதல் பிரிவு இடைவெளி 110 - 115 ல் 110 செ.மீட்டர் சேர்த்தும் 115 செ.மீட்டர் சேர்க்கப்படாமலும் இருக்கும். இரண்டாவது பிரிவு இடைவெளியில் 115 செ.மீ சேர்த்தும் மற்றும் 120 செ.மீ ஜ் சேர்க்கப்படாமலும் இருக்கும். ஏனெனில் 115 செ.மீ இரண்டு பிரிவு இடைவெளிகளிலும் உள்ளது. இதுபோன்ற சூழ்நிலையில் 115 செ.மீ எந்தப்பிரிவு இடைவெளியில் கீழ் எல்லையாக 115 செ.மீ அமைகின்றதோ அந்தப்பிரிவு இடைவெளியில் சேர்த்துக்கொள்ளப்படுகிறது.

நேர்க்கோட்டு குறிகள்

மேலே உள்ள எடுத்துக்காட்டு 1.1 இல் 110 - 115 என்ற பிரிவு இடைவெளியில் உயரங்கள் 110 செ.மீ. 112 செ.மீ அமைகிறது. நாம் இப்பொழுது || என்ற நேர்க்கோட்டு குறியை குறிக்க வேண்டும்.

ஐந்து நேர்க்கோட்டு குறிகளை குறிக்க வேண்டி இருந்தால் நாம் முதலில் நான்கு நேர்க்கோட்டு குறியை வரைந்து ஐந்தாவது நேர்க்கோட்டு குறியை குறுக்காக குறிக்கவும். ஆகவே || என்பது ஐந்து நேர்க்கோட்டு குறிகளின் தொகுப்பு ஆகும்.

எழின் மதிப்பை ஐந்து நேர்க்கோட்டு குறிகளின் தொகுப்பு ஒன்றை வரைந்து, இரண்டு நேர்க்கோட்டு குறிகளின் தொகுப்பு ஒன்றை வரைந்து, இரண்டு நேர்க்கோட்டு குறிகளை இங்கு கொடுத்துள்ள படி || குறிக்கவும்.

நிகழ்வுப்பட்டியல்

மூன்று நிரல்களைக் கொண்ட அட்டவணை மூலம் விவரங்கள் தரப்பட்டுள்ளன. அட்டவணையில் முதல் நிரலில் எண், இரண்டாம் நிரலில் நேர்க்கோட்டுக் குறிகள் மற்றும் மூன்றாம் நிரலில் நிகழ்வெண் என்ற மூன்று தலைப்புகளைக் கொண்ட அட்டவணையை நிகழ்வுப்பட்டியல் என்கிறோம். (அட்டவணை 1.3 ஜ் பார்க்க)

மாறிலிகளின் மதிப்பு பிரிவு இடைவெளியில் இருந்தால் அதன் நிகழ்வெண்களை அந்தந்த பிரிவு இடைவெளிக்கு எதிரே குறித்தால் நமக்கு நிகழ்வுப்பரவல் கிடைக்கும். அனைத்து நிகழ்வெண்களையும் கூட்டி, கூடுதலை மொத்தத்திற்கு நேராக நிகழ்வெண்நிரலுக்கு கீழாக குறிக்க வேண்டும். இக்கூடுதலானது கொடுக்கப்பட்ட விவரங்களின் மொத்த எண்ணிக்கைக்குச் சமமாக இருக்கும். மேலே கூறிய முறையில் அமைக்கும் அட்டவணையை விவரங்களை அட்டவணைப்படுத்துதல் என்கிறோம்.

இப்பொழுது எடுத்துக்காட்டு 1.1 இல் உள்ள விவரங்களை அட்டவணைப்படுத்தலாம்.

மேல் எல்லை சேர்த்துக்கொள்ளப்பட்ட வடிவம்

பிரிவு இடைவெளிகள்	நேர்க்கோட்டுக் குறியீடுகள்	நிகழ்வெண்
110 - 114		2
115 - 119		3
120 - 124		6
125 - 129		5
130 - 134		4
மொத்தம்		20

அட்டவணை 1.1

மேல் எல்லை சேர்த்துக்கொள்ளப்படாத வடிவம்

பிரிவு இடைவெளிகள்	நேர்க்கோட்டுக் குறியீடுகள்	நிகழ்வெண்
110 - 115		2
115 - 120		3
120 - 125		6
125 - 130		5
130 - 135		4
மொத்தம்		20

அட்டவணை 1.2

கீழே கொடுக்கப்பட்ட விவரங்களுக்கு நிகழ்வு பட்டியலைத் தயாரிக்க

5, 1, 3, 4, 2, 1, 3, 5, 4, 2

1, 5, 1, 3, 2, 1, 5, 3, 3, 2.

தீவு :

மேலே உள்ள விவரங்களிலிருந்து நாம் 1, 2, 3, 4 மற்றும் 5 என்ற எண்கள் மீண்டும் மீண்டும் வருவதைக் காணலாம். ஆதலால் 1, 2, 3, 4 மற்றும் 5 என்ற எண்களை எண் எண் என்ற நிரலின் கீழ் ஒன்றன் கீழ் ஒன்றாக எழுதவும்.

இப்பொழுது எண்களை ஒன்றன் பின் ஒன்றாகப்படித்து, அந்த எண்ணுக்கு நேராக, நேர்க்கோட்டு குறிகள் என்ற நிரலில் ஒரு நேர்க்கோட்டுக் குறியை இடுக. இதே முறையில் கடைசி எண் வரும் வரை குறிக்கவும். 1, 2, 3, 4 மற்றும் 5 என்ற எண்களுக்கு எதிராக உள்ள நேர்க்கோட்டுக் குறிகளைக் கூட்டி, கூடுதலை நிகழ்வென் நிரலில் குறிக்கவும். அனைத்து நிகழ்வெண்களையும் கூட்டி, கூடுதலை மொத்தத்திற்கு எதிராக எழுதவும்.

எண்	நேர்க்கோட்டுக் குறியீடுகள்	நிகழ்வெண்
1		5
2		4
3		5
4		2
5		4
மொத்தம்		20

அட்டவணை 1.3

கொடுத்துள்ள விவரங்களுக்கு நிகழ்வுப்பரவு அமைக்கும் பொழுது, நாம் கவனத்தில் கொள்ள வேண்டியவை.

- (i) தேவையான பிரிவுகளைத் தேர்ந்தெடுக்கவும், அவை மிகச் சிறியதாகவோ அல்லது மிகப் பெரியதாகவோ இருக்கக்கூடாது.
- (ii) தேவையான பிரிவு இடைவெளிகளை (அல்லது பிரிவு இடைவெளியின் அகலம்) தேர்ந்தெடுக்கவும்
- (iii) பிரிவுகளின் இடைவெளியின் மதிப்பு அதிகரித்துக் கொண்டேயும் அவற்றிற்கிடையே இடைவெளி இல்லாமலும் அமைக்க வேண்டும்.

தொகுக்கப்பட்ட விவரங்களுக்கு நிகழ்வுப்பட்டியல்

எடுத்துக்காட்டு 1.3

ஒரு கணிதத் தேர்வில் ஏழாம் வகுப்பில் 30 மாணவர்கள் எடுத்த மதிப்பெண்கள் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. அந்த விவரங்களுக்கு நிகழ்வுப்பட்டியலைத் தயாரிக்க.

25, 67, 78, 43, 21, 17, 49, 54, 76, 92, 20, 45, 86, 37, 35

60, 71, 49, 75, 49, 32, 67, 15, 82, 95, 76, 41, 36, 71, 62

தீவு :

குறைந்த மதிப்பெண் 15.

அதிக மதிப்பெண் 95.

$$\begin{aligned} \text{வீச்சு} &= \text{மிகப்பெரிய மதிப்பு} - \text{மிகச் சிறிய மதிப்பு} \\ &= 95 - 15 \\ &= 80 \end{aligned}$$

9 பிரிவுகளை அதன் பிரிவு இடைவெளி 10 இருக்குமாறு தேர்ந்தெடுக்கவும் 10 - 20, 20 - 30, 90 - 100 - க்கு நிகழ்வுப்பட்டியல் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

பிரிவு இடைவெளிகள்	நேர்க்கோட்டுக் குறியீடுகள்	நிகழ்வெண்
10 - 20		2
20 - 30		3
30 - 40		4
40 - 50		5
50 - 60		2
60 - 70		4
70 - 80		6
80 - 90		2
90 - 100		2
மொத்தம்		20

அட்வணை 1.4

1.2 தொடர்ச்சியான தொகுக்கப்பட்ட நிகழ்வெண் பட்டியல்

தொடர்ச்சியான தொகுக்கப்பட்ட நிகழ்வெண் பட்டியலுக்க பிரிவு எல்லைகளை கண்டுப்பிடித்தல்

வழிகள்

- (i) முதல் பிரிவின் மேல் எல்லைக்கும் இரண்டாவது பிரிவின் கீழ் எல்லைக்கும் உள்ள வித்தியாசத்தைக் கண்டுபிடிக்கவும்.

- (ii) அந்த வித்தியாசத்தை 2 ஆல் வகுக்கவும் அதன் விடையை x எனக் கொள்க.
 (iii) எல்லாப் பிரிவு இடைவெளியில் உள்ள கீழ் எல்லையிலிருந்து ‘ x ’ ஜக் கழிக்கவும்.
 (iv) எல்லாப் பிரிவு இடைவெளியிலும் உள்ள மேல் எல்லையில் ‘ x ’ ஜக் கூட்டவும். இப்பொழுது கிடைக்கும் ஒரு புதிய எல்லை உண்மையான பிரிவு எல்லையாகும்.

எடுத்துக்காட்டு 7.4

ஒரு குறிப்பிட்ட தொலைக்காட்சி நிகழ்ச்சிகளை பார்க்கும் மக்களின் வயது கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. அதற்கு நிகழ்வுப்பட்டியலைத் தயாரிக்க.

பிரிவு இடைவெளி வயது	10 - 19	20 - 29	30 - 39	40 - 49	50 - 59	60 - 69
நபர்களின் எண்ணிக்கை	45	60	87	52	25	12

தீவு :

இந்த அட்டவணையில் பிரிவு இடைவெளிகள் இடையே இடைவெளிகள் உள்ளன. ஆகவே நாம் பிரிவுகளை மாற்றி (exclusive method - இல்) எழுதிக்கொள்வோம்.

முதல் பிரிவின் மேல் எல்லைக்கும் இரண்டாம் பிரிவின் கீழ் எல்லைக்கும் உள்ள வித்தியாசம் $= 20 - 19 = 1$

வித்தியாசத்தை 2 ஆல் வகுக்கவும்.

$$x = \frac{1}{2} = 0.5$$

இப்பொழுது 0.5ஜ கீழ்எல்லையிலிருந்து கழித்து மற்றும் 0.5ஜ மேல் எல்லையில் சேர்க்கவும். இப்பொழுது நமக்கு தொடர்ச்சியான தொகுக்கப்பட்ட நிகழ்வென் பட்டியலை உண்மையான பிரிவு எல்லையிலிருந்து பெறலாம்.

பிரிவு இடைவெளிகள் (வயது)	நிகழ்வெண் (நபர்களின் எண்ணிக்கை)
9.5 - 19.5	45
19.5 - 29.5	60
19.5 - 39.5	87
39.5 - 49.5	52
49.5 - 59.5	25
50.5 - 69.5	12

அட்டவணை 1.5

1.3 தொகுக்கப்படாத விவரங்களுக்கு சராசரி, இடைநிலையளவு, முகடு கூட்டுச்சாரசரி நாம் சராசரி என்ற வார்த்தையை அன்றாட வாழ்க்கையில் உபயோகப்படுத்துகிறோம். பூவினி தினமும் சராசரியாக 5 மணிநேரம் தன் படிப்பிற்காக, செலவிடுகிறார். மே மாதத்தில் சென்னையில் சராசரியாக 40 டிகிரி செல்சியஸ் வெப்பம் இருக்கிறது. மேற்கூறிய வாக்கியங்கள் நமக்கு என்ன சொல்கின்றன.

பூவினி தினமும் சராசரியாக 5 மணிநேரம் படிக்கிறாள். சில நாட்டினில் குறைந்த நேரமும் மற்ற நாட்களில் அதிக நேரமும் படிக்கிறாள்.

சென்னையில் சராசரியாக 40 டிகிரி செல்சியஸ் வெப்பம் என்பது மே மாதத்தில் சென்னையில் வெப்பநிலை சில சமயங்களில் 40 டிகிரி செல்சியஸாக்கு குறைவாகவோ மற்ற சமயங்களில் 40 டிகிரி செல்சியஸாக்கு அதிகமாகவோ இருந்தது என்பதைக் குறிக்கிறது.

சராசரி என்பது கொடுத்துள்ள விவரங்களில் அதிக மதிப்பிற்கும் குறைந்த மதிப்பிற்கும் இடைப்பட்ட மதிப்பாகும். ரோகிட் என்பவன் பல்வேறு பாடங்களில் கீழ்க்கண்ட மதிப்பெண்களை எடுத்துள்ளான். 62, 84, 92, 98, 74.

அவனுடைய சராசரி மதிப்பெண்ணை கண்டுபிடிக்க நாம் முதலில் பல்வேறு பாடங்களின் மதிப்பெண்களையும் கூட்டவும்.

$$62 + 84 + 92 + 98 + 74 = 410.$$

பிறகு அதை மொத்த பாடங்களின் எண்ணிக்கையால் வகுக்கவும். (அதாவது 5 ஆல்) ரோகிட் பெற்ற சராசரி மதிப்பெண் = $\frac{410}{5} = 82$

இந்த மதிப்பு அவனுடைய படிப்பில் அவன் எடுத்து வெற்றியின் பொது நிலையை தெரிந்து கொள்ள உதவுகிறது.

அதாவது சராசரி அல்லது கூட்டுச்சராசரி என்பது கீழே வரையறுக்கப்பட்டுள்ளது.

$$\text{சராசரி} = \frac{\text{மதிப்புகளின் கூட்டுத் தொகை}}{\text{மதிப்புகளின் எண் ணிக்கை}}$$

எடுத்துக்காட்டு : 1.5

காயத்ரி 3 நாட்களில் முறையே 4 மணிநேரம் 5 மணிநேரம் மற்றும் 3 மணிநேரம் படிக்கிறாள். அவள் சராசரியாக எத்தனை மணிநேரம் தினமும் படிக்கிறாள்.

தீவு :

$$\text{படிப்பின் சராசரி நேரம்} = \frac{\text{படித்த நேரத் தின் கூடுதல்}}{\text{படித்த நாட்களின் எண் ணிக்கை}}$$

இதிலிருந்து காயத்ரி சராசரியாக ஒரு நாளைக்கு 4 மணிநேரம் படித்திருக்கிறாள் என்று சொல்லலாம்.

எடுத்துக்காட்டு : 1.6

ஆறு குடும்பங்களின் மாதவருமானம் முறையே ரூ. 3500, ரூ. 2700, ரூ. 3000, ரூ. 2800, ரூ. 3900, ரூ. 2100 வருமானத்தின் சராசரியைக் காண்க.

தீர்வு :

$$\text{மாத வருமானத் தின் சராசரி} = \frac{\text{ஆறு குடும் பங் களின் மொத்த வருமானம்}}{\text{குடும் பங் களின் எண் ணிக்கை}}$$

$$= \frac{\text{ரூ. } 3500 + 2700 + 3000 + 2800 + 3900 + 2100}{6}$$

$$= \frac{\text{ரூ. } 18000}{6} = \text{ரூ. } 3000$$

எடுத்துக்காட்டு : 1.7

5 பேணாக்களின் சராசரிவிலை ரூ. 75, 5 பேணாக்களின் மொத்தவிலை என்ன?

தீர்வு :

$$\text{சராசரி} = \frac{5 \text{ பேணாக் களின் மொத்த விலை}}{\text{பேணாக் களின் எண் ணிக்கை}}$$

$$\begin{aligned} 5 \text{ பேணாக்களின் மொத்தவிலை} &= \text{சராசரி} \times \text{பேணாக்களின் எண் ணிக்கை} \\ &= \text{ரூ. } 75 \times 5 \\ &= \text{ரூ. } 375 \end{aligned}$$

இடைநிலை :

11 மாணவர்களைக் கொண்ட குழுவின் உயரங்கள் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

106, 110, 123, 125, 115, 120, 112, 115, 110, 120, 115.

உடற்பயிற்சி ஆசிரியர் திரு.கெளதும் மாணவர்களை இரு குழுக்களாகப் பிரிக்க விரும்புகின்றார். இரு குழுக்களிலும் மாணவர்களின் எண் ணிக்கை சமமாக இருக்க வேண்டும். அவ்வாறு பிரிக்கும் போது ஒரு குழுவில் உள்ள மாணவர்களின் உயரங்கள் ஒரு குறிப்பிட்ட உயரத்தை விட அதிகமாகவும் (அதிகம்) அடுத்து குழுவில் உள்ள மாணவர்களின் உயரங்கள் அக்குறிப்பிட்ட உயரத்தை விட குறைவாகவும் இருக்க வேண்டும்.

இப்பொழுது திரு.கெளதும், மாணவர்களை அவர்கள் உயரங்கள் வாரியாக (குறைந்த உயரத்திருந்து அதிக உயரம் வரை) நிற்கவைக்கிறார்.

106, 110, 110, 112, 115, 115, 115, 120, 120, 123, 125

கொடுத்துள்ள விவரங்களின் இடைநிலை மதிப்பு 115. ஏனெனில் இந்த மதிப்பு (உயரம்) 5 மாணவர்களைக் கொண்ட இரு (சம) குழுக்களாகப் பிரிக்கிறது. இந்த மதிப்பை இடைநிலை அளவு எனக்கூறலாம். திரு.கெளதும் நடுவில் உள்ள மாணவரை விளையாட்டுக்கு நடுநிலையாக வைக்க தீர்மானிக்கிறார்.

விவரங்களை ஏறுவரிசை அல்லது இறங்குவரிசையில் வரிசைபடுத்தும்பொழுது கிடைக்கும் மைய மதிப்பு இடைநிலை ஆகும்.

கொடுத்துள்ள விவரங்களின் இடைநிலையைக் காண்க.

40, 50, 30, 60, 80, 70

கொடுத்துள்ள விவரங்களின் ஏறுவரிசை : 30, 40, 50, 60, 70, 80.

கொடுக்கப்பட்ட எண்ணிக்கை 6 என்பது இரட்டைப்படை எண் ஆகவே மூன்றாவது மற்றும் நான்காவது உறுப்பு இடைநிலை உறுப்பாகும். இந்த இரண்டு உறுப்புகளின் சராசரி இடைநிலை ஆகும்.

$$(அதாவது) \text{ இடைநிலை} = \frac{50 + 60}{2} = \frac{110}{2} = 55$$

- (i) கொடுக்கப்பட்ட விவரங்களின் எண்ணிக்கை ஒற்றைப்படையாக இருந்தால் நடுவில் உள்ள விவரம் இடைநிலை ஆகும்.
- (ii) கொடுக்கப்பட்ட விவரங்களின் எண்ணிக்கை இரட்டைப்படையாக இருந்தால் இரண்டு நடுவிவரங்களின் கூட்டுச்சராசரியே இடைநிலை ஆகும்.

கொடுத்த விவரங்களை ஏறுவரிசையில் எழுதுக.

12, 14, 17, 18, 20, 23, 24, 25.

கொடுக்கப்பட்ட விவரங்களின் எண்ணிக்கை 8. இது இரட்டைப்படை எண் ஆகும். ஆகவே இடைநிலை என்பது இரு நடு விவரங்கள் 18 மற்றும் 20 இன் கூட்டுச்சராசரி ஆகும்.

$$\text{இடைநிலை} = \frac{18 + 20}{2} = \frac{38}{2} = 19$$

கீழ்க்கண்ட விவரங்களுக்கு இடைநிலையைக் காண்க.

3, 4, 5, 3, 6, 7, 2.

தீர்வு :

விவரங்களை ஏறுவரிசையில் எழுதுக

2, 3, 3, 4, 5, 6, 7

கொடுக்கப்பட்ட விவரங்களின் எண்ணிக்கை 7. இது ஒற்றைப்படை ஆகவே 4 என்பது இடைநிலை அளவு ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு : 7.8

12, 14, 25, 23, 18, 17, 24, 20 என்ற விவரங்களின் இடைநிலையைக் காண்க.

முதல் 5 பகா எண்களின் இடைநிலையைக் காண்க.

தீர்வு :

முதல் 5 பகா எண்கள் 2, 3, 5, 7, 11 கொடுக்கப்பட்ட விவரங்களின் மொத்த எண்ணிக்கை 5. இது ஒற்றைப்படை எண் ஆகும். எனவே மூன்றாவது எண் இடைநிலை ஆகும். அதாவது 5 என்பது இடைநிலை ஆகும்.

முகடு :

கீழ்க்கண்ட எடுத்துக்காட்டை கவனிக்க

ஆயத்த ஆடையகத்தின் உரிமையாளர் திரு. இராகவன் என்பவர். தும் கடையில் 40 செ.மீ. அளவுள்ள சட்டைகள் அதிக அளவில் விற்பனையாவதாகக் கூறுகிறார்.

இங்கு கடை உரிமையாளின் கவனம் வெவ்வேறு அளவுகளில் உள்ள விற்பனையாகும் சட்டைகளின் எண்ணிக்கையில் அமைந்துள்ளது. அவரின் கூற்றுப்படி 40 செ.மீ. அளவுள்ள சட்டைகளே அதிக அளவில் விற்பனையாகிறது. பல்வேறு அளவுகளில் அதிக அளவில் விற்பனையாகும், சட்டைகளின் அளவான 40 செ.மீ. அளவு என்பது பல அளவுகளில் முகடு எண்படும்.

கொடுக்கப்பட்டுள்ள விவரங்களில் அதிக எண்ணிக்கையில் காணப்படும் விவரம் அவற்றின் முகடு எண்படும்.

அதிக விவரங்களின் முகடு

விவரங்களின் அளவு அதிகமாகும் போது அவற்றை எழுதுவதும் எண்ணுவதும் எளியதல்ல.

இத்தகைய தருணங்களில் நாம் விவரங்களை அட்டவணைப்படுத்த வேண்டும்.

எடுத்துக்காட்டு : 1.9

ஒரு கால் பந்து போட்டியின் முதல் கட்டப் போட்டிகளில் வெற்றிப் புள்ளிகள் பின்வருமாறு.

1, 3, 2, 5, 1, 4, 6, 2, 5, 2, 2, 2, 4, 1, 2, 3, 2, 3, 2,

1, 1, 2, 3, 2, 6, 4, 3, 2, 1, 1, 4, 2, 1, 5, 3, 4, 2, 1, 2 இவற்றிற்கு முகடு காண்க.

வெற்றிப் புள்ளிகளின் எண்ணிக்கை	நேர்க்கோட்டுக் குறியீடுகள்	ஆட்டங்களின் எண்ணிக்கை
1		5
2		14
3		7
4		5
5		3
6		2
மொத்தம்		40

அட்டவணை 1.5

இப்பொழுது நாம் விரைவாக 2 எண்பது முகடு எனலாம். ஏனெனில் 2 எண்பது அதிக எண்ணிக்கையில் வந்துள்ளது. அதிக ஆட்டங்களில் வெற்றிப் புள்ளிகள் பெறப்பட்டுள்ளன.

எடுத்துக்காட்டு : 1.10

கீழே கொடுக்கப்பட்ட விவரத்திற்கு முகட்டைக் காண்க.

3, 3, 4, 5, 3, 6, 7

தீர்வு :

3 என்பது அதிக முறை வந்துள்ளது. எனவே விவரத்தின் முகடு 3 ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு : 1.11

பின்வரும் விவரங்களுக்கு முகடு காண்க.

2, 2, 2, 3, 3, 4, 5, 5, 5, 6, 6, 8

தீர்வு :

2 மற்றும் 5 தலா மூன்று முறை வந்துள்ளன. ஆகவே விவரங்களுக்கு 2 மற்றும் 5 ஆகிய இரண்டுமே முகடுகளாகும்.

எடுத்துக்காட்டு : 1.12

பின்வரும் விவரங்களுக்கு முகடு காண்க.

90, 40, 68, 94, 50, 60.

தீர்வு :

இங்கு எந்த எண்ணும் அதிக எண்ணிக்கையில் வரவில்லை. ஆகவே இந்த விவரத்திற்கு முகடு கிடையாது.

எடுத்துக்காட்டு : 1.13

20 குடும்பங்களில் உள்ள குழந்தைகளின் எண்ணிக்கை 1, 2, 2, 1, 2, 1, 3, 1, 1, 3
1, 3, 1, 1, 1, 2, 1, 1, 2, 1 முகடு காண்க.

குழந்தைகளின் எண்ணிக்கை	நேர்க்குறியீட்டுக் கோடு	குடும்பங்களின் எண்ணிக்கை
1	ஏ ஏ	12
2	ஏ	5
3		3
	மொத்தம்	20

அட்டவணை 1.6

தீர்வு :

12 குடும்பங்களில் 1 குழந்தையே உள்ளது. ஆகவே முகடு 1.

2.2 நிகழ்வெண்பட்டியல் அமைப்பதை நினைவு கூர்த்தல்

ஒரு நிகழ்வெண் பட்டியல் அமைக்கும் முறையை நாம் ஏழாம் வகுப்பில் கற்றுள்ளோம். அம்முறையை இங்கு நினைவு கூர்வோம்.

2.2.1. தொகுக்கப்படாத விவரங்களுக்கு நிகழ்வெண் பட்டியல் அமைத்தல்

எடுத்துக்காட்டு 2.1

பின்வரும் விவரங்களுக்கு ஒரு நிகழ்வெண் பட்டியல் தயார் செய்க:

15, 17, 17, 20, 15, 18, 16, 25, 16, 15,

16, 18, 20, 28, 30, 27, 18, 18, 20, 25,

16, 16, 20, 28, 15, 18, 20, 20, 20, 25.

தீர்வு :

மேற்குறிப்பிட்ட விவரங்களுக்குக் கீழ்க்கண்டவாறு நிகழ்வெண்பட்டியலை அமைக்கலாம்

எண் (x)	நேர்க்கோட்டுக் குறிகள்	நிகழ்வெண் (frequency)
15		4
16		5
17		2
18		5
20		7
25		3
27		1
28		2
30		1
மொத்தம்		30

2.2.2 தொகுக்கப்பட்ட விவரங்களுக்கு நிகழ்வெண்பட்டியல் அமைத்தல் எடுத்துக்காட்டு : 2.2

ஒரு கணிதத் தேர்வில் 50 மாணவர்கள் பெற்ற மதிப்பெண்கள் (100க்கு) பின்வருமாறு:

43, 88, 25, 93, 68, 81, 29, 41, 45, 87, 34, 50, 61, 75, 51, 96, 20, 13, 18, 35.

25, 77, 62, 98, 47, 36, 15, 40, 9, 25, 39, 60, 37, 50, 19, 86, 42, 29, 32, 61.

45, 68, 41, 87, 61, 44, 67, 30, 54, 8.

மேற்கண்ட விவரங்களுக்குப் பிரிவு இடைவெளிகளுடன் ஒரு நிகழ்வெண் பட்டியலைத் தயார் செய்க.

தீர்வு :

இங்குக் கொடுக்கப்பட்ட மதிப்பெண்களின்

$$\text{எண்ணிக்கை} = 50$$

$$\text{வீச்சு} = \text{மீப்பெருமதிப்பு} - \text{மீச்சிறுமதிப்பு}$$

$$= 98 - 8 = 90$$

இதை 10 பிரிவு இடைவெளிகளாகப் பிரிப்போம்.

$$\therefore \text{பிரிவு இடைவெளியின் நீளம்} = \frac{\text{வீச்சு}}{\text{பிரிவு இடைவெளிகளின் எண் ணிக்கை}}$$

கணிதத் தேர்வில் 50 மாணவர்கள் பெற்ற மதிப்பெண்களின் நிகழ்வெண் பட்டியல், கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளவாறு அமைக்கப்படுகிறது.

பிரிவு இடைவெளி (Class Interval)	நேர்க்கோட்டுக் குறிகள்	நிகழ்வெண் (frequency)
0 - 10		2
10 - 20		4
20 - 30		6
30 - 40		7
40 - 50		9
50 - 60		4
60 - 70		8
70 - 80		5
80 - 90		3
	மொத்தம்	50

இவ்வாறாகப் பெறப்பட்ட விவரங்கள் அனைத்தையும் தொகுக்கப்பட்டு கீழ்க்கண்ட அட்டவணையில் காட்டப்பட்டுள்ளன:

பிரிவு இடைவெளி (C.I)	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90	90-100
நபர்களின் எண்ணிக்கை (F)	2	4	6	7	9	4	8	2	5	3

2.3 தொகூக்கப்பட்ட பள்ளி விவரங்களுக்கு நிகழ்வுச் செவ்வகம் மற்றும் நிகழ்வுப் பலகோணம் வரைதல்

புள்ளி விவரங்களைப் படங்கள் அல்லது வடிவக் கணிதப் படங்கள் மூலமாகக் குறிப்பிடலாம். பொதுவாக இப்படங்கள் “வரைபடங்கள்” என்று அழைக்கப்படும். இவ்வரைப்படங்களின் வாயிலாக விவரங்கள் ஆர்வத்துடன் படிக்க எதுவாகவும், குறுகிய காலத்தில் எளிதாகப் புரிந்து கொள்ளும்படியாகவும் உள்ளன. இவ்வரைப்படங்களைப் பல வழிகளில் குறிப்பிடலாம். இந்த அத்தியாயத்தில் பின்வரும் வரைபடங்களின் வகைகளைப் பற்றி நாம் கற்போம்.

- (i) நிகழ்வுச் செவ்வகம் (Histogram) (ii) நிகழ்வுப் பலகோணம் (Frequency Polygon)

2.3.1 நிகழ்வுச் செவ்வகம் (Histogram)

தொடர்ச்சியான நிகழ்வெண் பரவலை ஒரு பரிமாண வரைபடத்தில் குறிக்கும் அமைப்பை நிகழ்வுச் செவ்வகம் என்பர்.

ஒரு நிகழ்வுச் செவ்வகத்தில், செவ்வகங்கள் ஒன்றின் பக்கத்தில் ஒன்றாக இடைவெளியின்றித் தொடர்ச்சியாக வரையப்படுகிறது. அதாவது, செவ்வகங்கள் பிரிவு இடைவெளிகள் மீது வரையப்படுகின்றன. இச்செவ்வகங்களின் பரப்புகள் நிகழ்வெண்களுக்கு நேர் விகிதத்தில் அமையும்.

2.3.1 (அ) தொடர்ச்சியான நிகழ்வெண் பரவலுக்கு நிகழ்வுச் செவ்வகம் வரைதல்

செய்முறை :

- படி 1 : தொடர்ச்சியற்ற நிலையில் (விலக்கும் அமைப்பு) நிகழ்வெண் பரவல் ஒருப்பின் அதைத் தொடர்ச்சியான நிலைக்கு (சேர்க்கும் அமைப்பு) மாற்றி அமைக்கவும்.
- படி 2 : பிரிவு இடைவெளிகளை வரைபடத்தில் ஒ - அச்சின் மீது ஒரு சீரான அளவுத் திட்டத்தில் எடுத்துக் கொள்க.
- படி 3 : சீரான அளவுத் திட்டத்துடன் லு - அச்சின் மீது நிகழ்வெண்களைக் குறிக்கவும்.
- படி 4 : பிரிவு இடைவெளிகளை அடிப்பக்கங்களாகவும், அதற்குரிய நிகழ்வெண்களை உயரங்களாகவும் கொண்ட செவ்வகங்களை வரையவும்.

மேற்கூறிய முறையில் நிகழ்வுச் செவ்வகம் வரையும் முறையைப் பின்வரும் எடுத்துக்காட்டில் விளக்கப்பட்டுள்ளது.

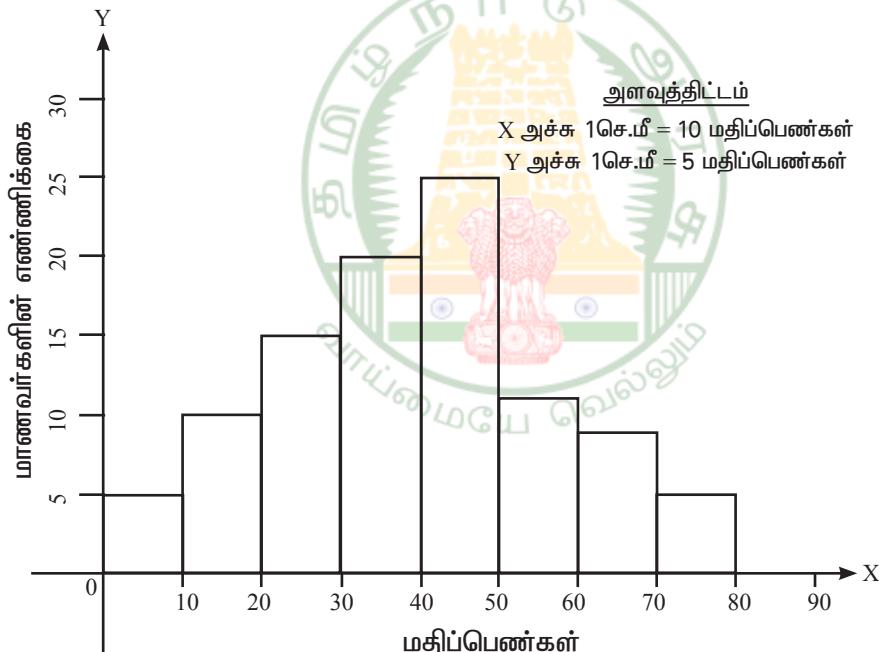
எடுத்துக்காட்டு : 2.3

ஓரு தேர்வில் 100 மாணவர்கள் பெற்ற மதிப்பெண்கள் பின்வரும் அட்டவணையில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. இதற்கு நிகழ்வுச் செவ்வகம் வரையவும்.

மதிப்பெண்கள்	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80
மாணவர்களின் எண்ணிக்கை	5	10	15	20	25	12	8	5

தீர்வு :

பிரிவு இடைவெளி அளவு 10 மதிப்பெண்ணாக உள்ளவாறு எல்லா இடைவெளிகளும் உள்ளன. இந்தப் பிரிவு இடைவெளிகளை ஒ-அச்சின் மீது குறிப்போம். லு-அச்சின் மீது மாணவர்களின் எண்ணிக்கைகளைக் குறிப்போம். தக்க அளவுத் திட்டங்களை இவ்விரண்டு அச்சுகளிலும் எடுத்துக்கொள்ள வேண்டும். கொடுக்கப்பட்டுள்ள விவரங்களுக்கான நிகழ்வுச் செவ்வகம் கீழே தரப்பட்டுள்ளதைக் காணவும்.



படம் 2.1

2.3.1(ஆ) தொடர்ச்சியற்ற பிரிவ இடைவெளிகளுக்கு நிகழ்வுச் செவ்வகம் வரைதல் எடுத்துக்காட்டு 2.4

ஒரு வனப்பகுதியிலுள்ள மரங்களின் உயரங்கள் பின்வருமாறு கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. இவ்விவரங்களைக் கொண்டு நிகழ்வுச் செவ்வகம் அமைக்கவும்.

உயரங்கள் (மீட்டரில்)	16-20	21-25	26-30	31-35	36-40	41-45	46-50	51-55
மரங்களின் எண்ணிக்கை	10	15	25	30	45	50	35	20

தீர்வு :

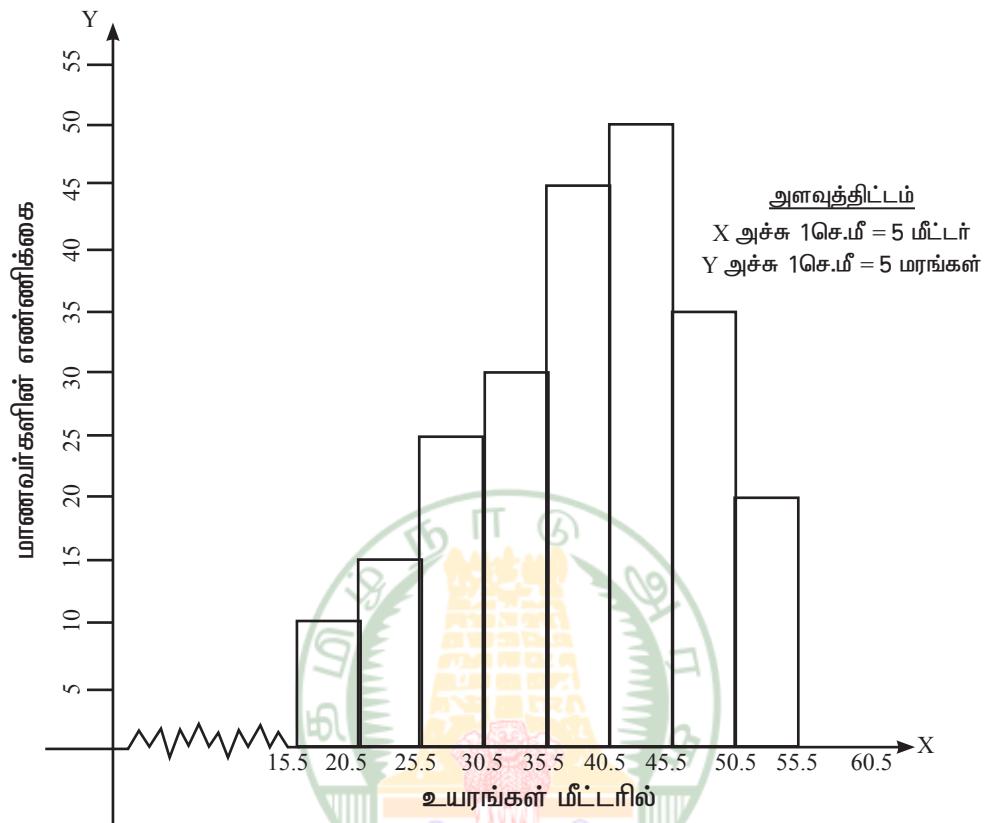
இக்கணக்கில் பிரிவ இடைவெளிகள் தொடர்ச்சியற்றதாக உள்ளன. கொடுக்கப்பட்ட விவரங்களிலிருந்து அப்படியே செவ்வகங்கள் வரைந்தால், பிரிவ இடைவெளிக்கு இடையே இடைவெளிகள் அமையும். ஆனால் நிகழ்வுச் செவ்வகத்தில் செவ்வகங்கள் தொடர்ச்சியாக அமைய வேண்டும். எனவே, இந்த இடைவெளிகளைத் தொடர்ச்சியாக இருக்கும்படி மாற்ற வேண்டும். இதற்கு சரிசெய் காரணி தேவைப்படுகிறது. இதைப் பின்வருமாறு காண்போம்.

$$\text{சரிசெய்காரணி} = \frac{1}{2} (\text{ஏதேனும் ஒரு பிரிவ இடைவெளியின் கீழ் எல்லை}) -$$

(அதற்கு உடனடியாக முன்னுள்ள பிரிவ இடைவெளியின் மேல் எல்லை)

மேற்கண்ட பிரிவ இடைவெளியில், ஒவ்வொரு பிரிவ இடைவெளியின் கீழ் எல்லையிலிருந்து சரிசெய் காரணி 0.5 ஐ கழிக்கவும், மேல் எல்லையிடத்தும் சரிசெய் காரணி 0.5 ஐக் கூட்டவும். இவ்வாறு மாற்றியமைக்கப்பட்ட அட்டவணை பின்வருமாறு இருக்கும்.

உயரங்கள் (மீட்டரில்)	15.5-20.5	20.5-25.5	25.5-30.5	30.5-35.5	35.5-40.5	40.5-45.5	45.5-50.5	50.5-55.5
மரங்களின் எண்ணிக்கை	10	15	25	30	45	50	35	20



இப்பொழுது மேலே கொடுக்கப்பட்ட நிகழ்வெண்பாவல் அட்டவணை, தொடர்ச்சியான அட்டவணையாக மாற்றப்பட்டுள்ளது. அதற்கேற்ற நிகழ்வுச் செவ்வகம் அருகில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

2.3.2 நிகழ்வுப் பலகோணம் (Frequency Polygon)

வரைபடம் மூலம் நிகழ்வெண் பாவலைக் குறிப்பிடும் மற்றொரு முறை நிகழ்வுப் பலகோணம் ஆகும்.

கொடுக்கப்பட்ட தொடர்ச்சியான விவரங்களுக்கு ஒரு நிகழ்வுச் செவ்வகம் வரைவோம். இச் செவ்வகங்களில் மேற்பக்கங்களின் மையப்புள்ளிகளைக் குறிப்போம். அடுத்துத்த மையப்புள்ளிகளை நேர்க்கோட்டுத்துண்டுகள் மூலம் இணைத்தால், ஒரு பலகோணம் கிடைக்கும். இந்தப் பலகோணம் நிகழ்வுப் பலகோணம் என்று அழைக்கப்படும். இவ்வாறு வரையப்படும் பலகோணத்தின் இரு முனைகளையும் அவற்றுக்கடுத்த நிகழ்வுச் செவ்வகத்தில் இல்லாத பிரிவு இடைவெளியின் மையப்புள்ளியுடன் இணைப்பது வழக்கம். நிகழ்வுப் பலகோணத்தை இருமுறைகளில் அழைக்கலாம்:

செவ்வகத்தைப் பயன்படுத்தாமல் வரைதல்

2.3.2 (அ) நிகழ்வுச் செவ்வகத்தைப் பயன்படுத்தி நிகழ்வுப் பலகோணம் வரைதல் எடுத்துக்காட்டு 2.5

கீழே கொடுக்கப்பட்ட பரவலுக்கு ஒரு நிகழ்வுச் செவ்வகம் வரைந்து அதன் மீது ஒரு நிகழ்வுப் பலகோணம் அமைக்கலாம்.

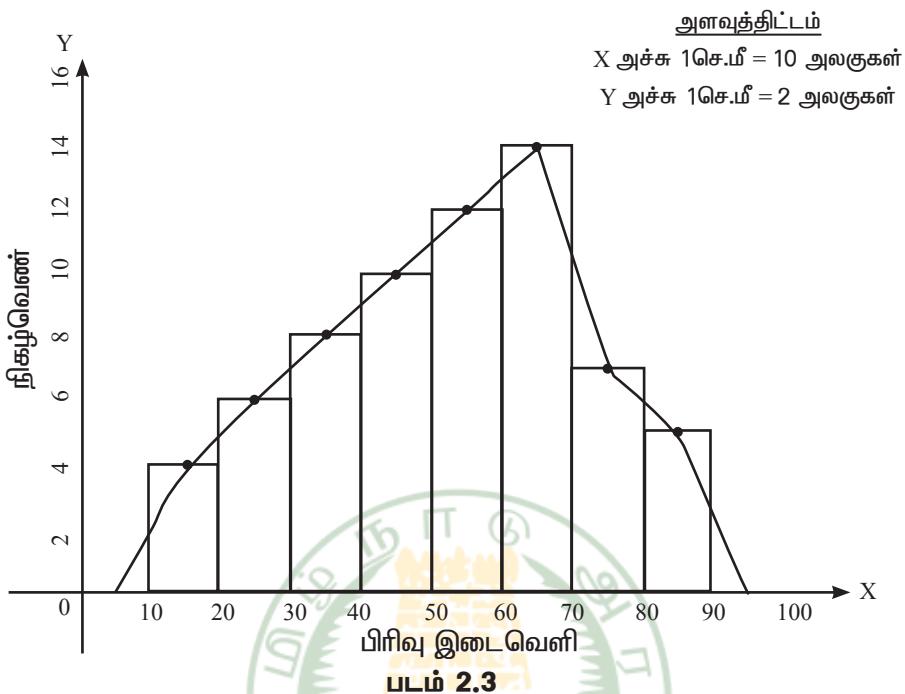
பிரிவு இடைவெளி	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90
நிகழ்வெண்	4	6	8	10	12	14	7	5

தீர்வு :

படம் 2.3 இல் காட்டியுள்ளவாறு பிரிவு இடைவெளிகளை X-அச்சிலும், நிகழ்வெண்களை Y-அச்சிலும் தக்க அளவுத் திட்டம் கொண்டு வரைவோம்.

கொடுக்கப்பட்ட விவரங்களுக்கு ஒரு நிகழ்வுச் செவ்வகத்தை வரைவோம். செவ்வகங்களின் மேற்பக்கங்களின் மேற்பக்கங்களின் மையப் புள்ளிகளைக் குறிப்போம். கற்பணப் பிரிவு இடைவெளிகளான 9-10 மற்றும் 90-100 பிரிவு இடைவெளிகளின் மையப்புள்ளிகளை X-அச்சின் மீது குறிப்போம். அளவுகோலைப் பயன்படுத்திக் கோட்டுத்துண்டுகளால் அடுத்தடுத்துள்ள மையப்புள்ளிகளை இணைப்போம்.

இப்பொழுது படம் 2.3 இல் உள்ளது போல் ஒரு நிகழ்வுப் பலகோணம் கிடைக்கின்றன.



எடுத்துக்காட்டு 2.6

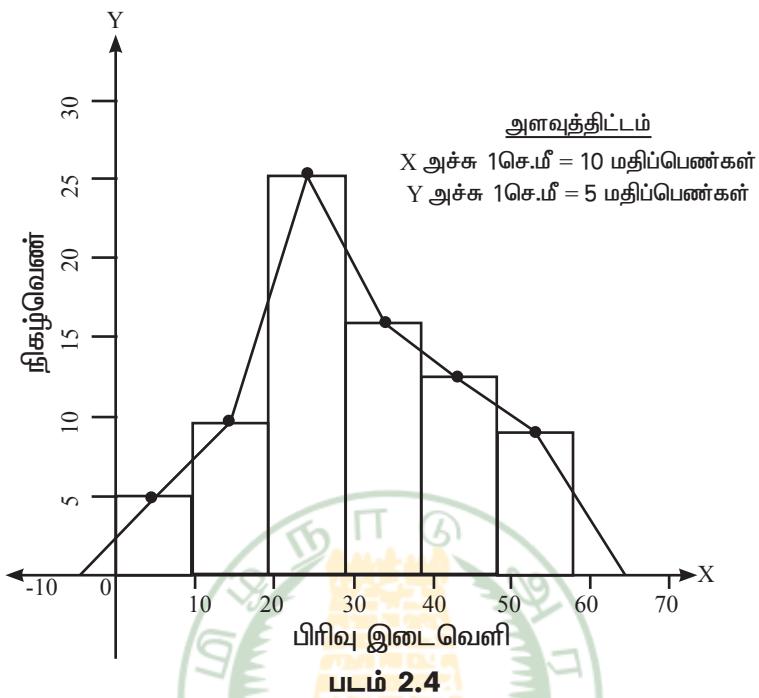
கீழே கொடுக்கப்பட்ட விவரங்களுக்கு நிகழ்வுச் செவ்வகத்தைப் பயன்படுத்தி நிகழ்வுப் பலகோணத்தை வரைக.

பிரிவு இடைவெளி	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60
நிகழ்வெண்	5	10	25	16	12	8

தீர்வு

படம் 2.4 இல் காட்டியுள்ளவாறு பிரிவு இடைவெளிகளை X-அச்சிலும், நிகழ்வெண்களை Y-அச்சிலும் தக்க அளவுத் திட்டம் கொண்டு வரைவோம்.

கொடுக்கப்பட்ட விவரங்களுக்கு ஒரு நிகழ்வுச் செவ்வகம் வரைவோம். அடுத்து அமையும் செவ்வகங்களின் மேற்பக்கங்களின் மையப் புள்ளிகளைக் குறிக்கிறோம். கற்பணப் பிரிவு இடைவெளிகளான (-10) - 0 மற்றும் 60-70 என்ற பிரிவு இடைவெளிகளின் மையப் புள்ளிகளை X-அச்சில் குறிக்கிறோம். ஓர் அளவுகோணத்தைக் கொண்டு அடுத்து மையப்புள்ளிகளை வரிசையாக கோட்டுத்துண்டுகளால் இணைக்கிறோம். நமக்கு நிகழ்வுப் பலகோணம் கிடைத்துள்ளது. (படம் 2.4 ஐப் பார்க்க)



எடுத்துக்காட்டு: 2.7

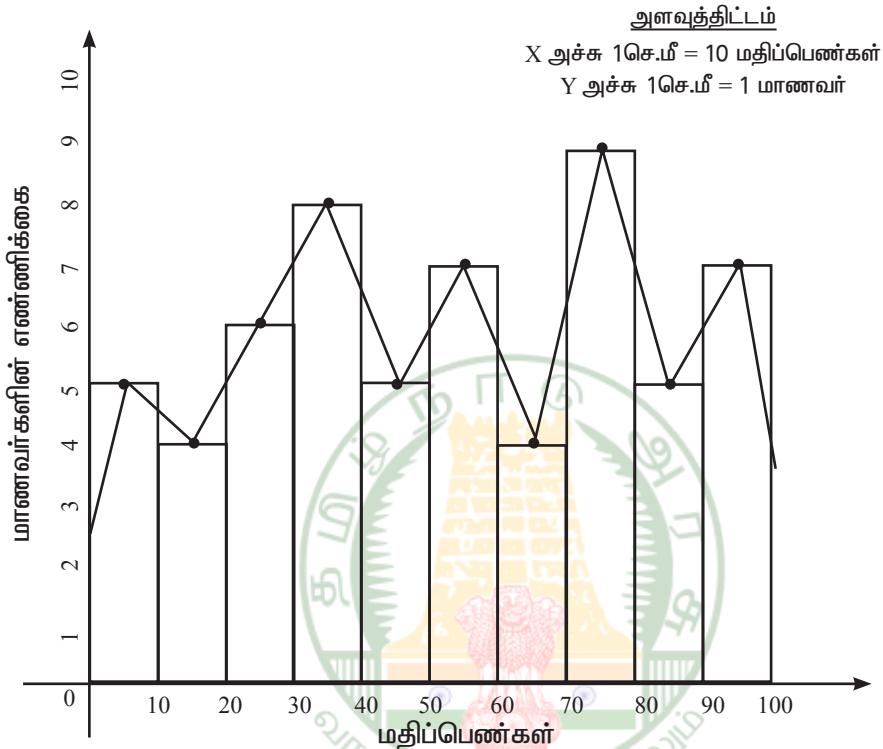
கீழே கொடுக்கப்பட்ட விவரங்களுக்கு, நிகழ்வுச் செவ்வகத்தைப் பயன்படுத்தி நிகழ்வுப் பலகோணத்தை வரைக.

மதிப்பெண்கள்	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90	90-100
மாணவர்களின் எண்ணிக்கை	5	4	6	8	5	7	4	9	5	7

தீர்வு

மதிப்பெண்களை X-அச்சிலும், மாணவர்களின் எண்ணிக்கைகளை Y-அச்சிலும் எடுத்துக் கொள்கிறோம். கொடுக்கப்பட்ட விவரங்களுக்கு ஒரு நிகழ்வுச் செவ்வகம் அமைக்கிறோம். அடுத்துத்து அமைகின்ற செவ்வகங்களின் மேற்பக்கங்களின் மையப்புள்ளிகளைக் குறிக்கிறோம். முதல் செவ்வகத்தின் இடப்பக்கத்தின் மையப்புள்ளியைக் குறிக்கிறோம். கடைசி செவ்வகத்தின் வலப்பக்கத்தின் மையப்புள்ளியைக் குறிக்கிறோம் அடுத்துத் த செவ்வகங்களின் மேல்பக்க மையப் புள்ளிகளை அளவுகோலைக் கொண்டு வரிசையாகக் கோட்டுக்கொட்டுத் துண்டுகளால் இணைக்கிறோம். இவ்வாறு இணைக்கப்பட்ட பலகோணத்தின் முதல் கோட்டுத் துண்டின் முனையை முதல் செவ்வகத்தின்

இடப்பக்கத்தின் மையப்புள்ளியுடனும், கடைசி கோட்டுத்துண்டின் முனையைக் கடைசி செவ்வகத்தின் வலப்பக்கத்தின் மையப்புள்ளியுடனும் இணைக்கக் கிடைப்பது நிகழ்வுப் பலகோணம் ஆகும்.



படம் 2.5

2.3.2 (ஆ) நிகழ்வுச் செவ்வகத்தைப் பயன்படுத்தாமல் நிகழ்வுப் பலகோணம் வரைதல் எடுத்துக்காட்டு : 2.8

கீழே கொடுக்கப்பட்ட விவரங்களுக்கு நிகழ்வுச் செவ்வகத்தைப் பயன்படுத்தாமல், நிகழ்வுப் பலகோணம் வரைக.

பிரிவு இடைவெளி	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90
நிகழ்வெண்	4	6	8	10	12	14	7	5

தீர்வு

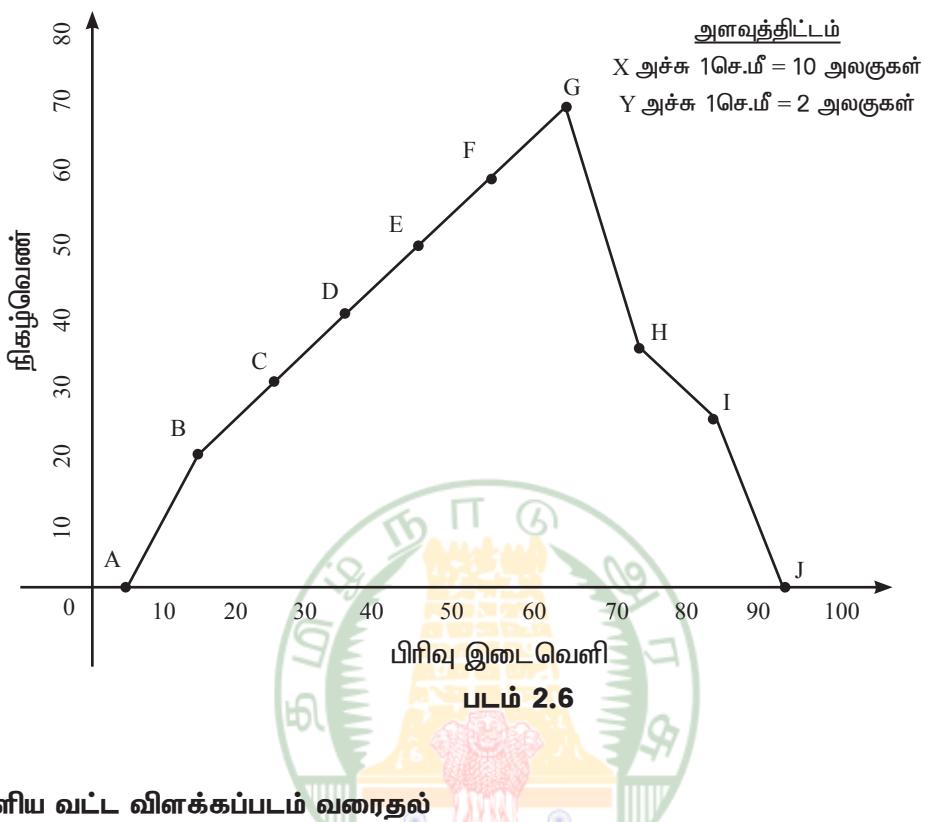
X-அச்சில்பிரிவு இடைவெளிகளையும், Y-அச்சில்நிகழ்வெண்களை எடுத்துக் கொள்கிறோம். நிகழ்வெண் பூச்சியமாக உள்ள 0-10 என்ற முதல் கற்பனை இடைவெளியையும், 90-100 என்ற இறுதி கற்பனை இடைவெளியையும் கருத்தில் கொள்கிறோம். இவ்விவரங்கள் அருகிலுள்ள அட்டவணையில் காண்பிக்கப்பட்டுள்ளன.

அட்டவணையிலிருந்து பின்வரும் புள்ளிகளை வரைபடத்தில் குறிக்கவும்.

- | | | | | | |
|-------------|------------|------------|--------------------|-------------|-------------|
| A (5, 0), | B (15, 4), | C (25, 6), | D (35, 8) | E (45, 10), | F (55, 12), |
| G (65, 14), | H (75, 7), | I (85, 5) | மற்றும் J (95, 0). | | |

கோட்டுத் துண்டுகள் AB, BC, CD, DE, EF, FG, GH, HI, IJ ஆகியவற்றை இணைப்பதால் ABCDEFGHIJ என்ற நிகழ்வுப்பலகோணம் கிடைக்கின்றது. (பார்க்க படம் 8.6).

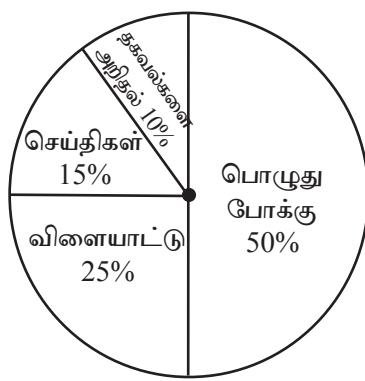
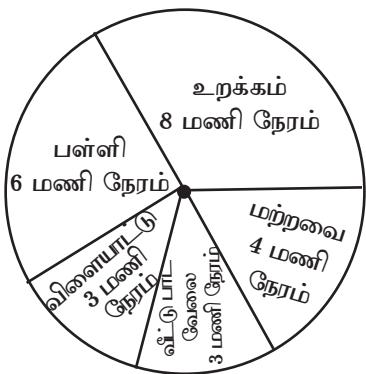
பிரிவு இடைவெளி	மையப்புள்ளி	நிகழ்வெண்
0 - 10	5	0
10 - 20	15	4
20 - 30	25	6
30 - 40	35	8
40 - 50	45	10
50 - 60	55	12
60 - 70	65	14
70 - 80	75	7
80 - 90	85	5
90 - 100	95	0



2.4 எளிய வட்ட விளக்கப்படம் வரைதல்

படம் 2.7 மற்றும் படம் 2.8 ஆகியவற்றில் காட்டியுள்ள விவரவட்ட விளக்கப்படங்களைப் போன்று எங்கேயாவது பார்த்து இருக்கிறீர்களா?

இரு பள்ளி மாணவன் ஒரு நாளில் பல்வேறுபட்ட தொலைக்காட்சி (24 மணிநேரம்) செலவழித்த நேரங்கள் அலைவரிசைகளைக் காண்பவர்கள்



மேற்கண்ட படங்களை வட்ட விளக்கப்படங்கள் என்று அழைப்போம். வட்ட விளக்கப்படம், அதன் முழுமைக்கும் ஒவ்வொரு பகுதிக்கும் உள்ள தொடர்பை விளக்குகின்றது. இங்கு ஒரு வட்டம் வட்டக்கோணப் பகுதிகளாகப் பிரிக்கப்படுகிறது. ஒவ்வொரு வட்டக் கோணப்பகுதியின் அளவு அது குறிக்கும் செயல் மற்றும் தகவல்களுக்கு நேர்விகிதத்தில் இருக்கும். இந்த வட்டக்கோணப் பகுதி “பை” (Pie) என்ற வட்ட வடிவத்தின்பண்டத்தின் துண்டுகள் போல் தோற்றுமளிப்பதால் இதை ஆங்கிலத்தில் Pie Chart என்று கூறுவர்.

எடுத்துக்கட்டாக, படம் 2.7 இல் உள்ள வட்ட விளக்கப் படத்தில்

மாணவன் உறக்கத்திற்கு செலவிடும்

$$\text{நேர விகிதம்} = \frac{\text{உறங் கும் நேரம்}}{\text{முழுநாள்}}$$

$$= \frac{8 \text{ மணி}}{24 \text{ மணி}} = \frac{1}{3}$$

எனவே, உறக்கத்திற்கான வட்டக்கோணப்பகுதியின் அளவு வட்டத்தில் $\frac{1}{3}$ பாகமாகும்.

மாணவன் பள்ளியில் செலவிடும்

$$\text{நேர விகிதம்} = \frac{\text{பள்ளியில் உள் எ நேரம்}}{\text{முழுநாள்}}$$

$$= \frac{6 \text{ மணி}}{24 \text{ மணி}} = \frac{1}{4}$$

எனவே, பள்ளியில் செலவிடும் நேரத்திற்கான வட்டக்கோணப்பகுதியின் அளவு வட்டத்தில் $\frac{1}{4}$ பாகமாகும்

மாணவன் பள்ளியில் செலவிடும்

$$\text{நேர விகிதம்} = \frac{\text{விளையாடும் நேரம்}}{\text{முழுநாள்}}$$

$$= \frac{3 \text{ மணி}}{24 \text{ மணி}} = \frac{1}{8}$$

எனவே, விளையாட்டிற்காகச் செலவிடும் நேரத்திற்கான வட்டக்கோணப் பகுதியின் அளவு வட்டத்தில் $\frac{1}{8}$ பாகமாகும்.

மாணவன் வீட்டுப்பாட வேலையில்

$$\text{செலவிடும் நேர விகிதம்} = \frac{\text{வீட்டுப்பாட வேலை நேரம்}}{\text{முழுநாள்}}$$

$$= \frac{3 \text{ மணி}}{24 \text{ மணி}} = \frac{1}{8}$$

எனவே, வீட்டுப்பாட வேலையில் செலவிடும் நேரத்திற்கான வட்டக்கோணப் பகுதியின் அளவு வட்டத்தில் $\frac{1}{8}$ பாகமாகும்

மாணவன் இதர வேலையில்
செலவிடும் நேர விகிதம்

$$= \frac{\text{இதர வேலை நேரம்}}{\text{முழுநாள்}} \\ = \frac{4 \text{ மணி}}{24 \text{ மணி}} = \frac{1}{6}$$

எனவே, இதர வேலையில் செலவிடும் நேரத்திற்கான வட்டக்கோணப் பகுதியின் அளவு வட்டத்தில் $\frac{1}{6}$ பாகமாகும்.

மேற்கண்ட எல்லாச் செயல்களின் பின்னக் காலங்களின் கூடுதல்

$$= \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{6} \\ = \frac{8 + 6 + 3 + 3 + 4}{24} \\ = \frac{24}{24} = 1 \text{ எனக் கிடைக்கிறது.}$$

இங்கு ஒருநாளில் மாணவன் செலவழித்த நேரம் வட்டத்தின் மூலம் குறிக்கப்படுகின்றது. வட்டத்தின் முழுப்பகுதியின் அளவு 1 எனக் கொள்க.

மாணவனின் வெவ்வேறு செயல்பாடுகள் ஆரங்களின் நேர விகிதச்சாரத்திற்கு ஏற்ப வட்டக்கோணப் பகுதிகளாகப் பிரிக்கப்படுகின்றன. இந்த விகிதச்சாரப் பகுதியை கோண அளவுகளைப் பயன்படுத்திக் கணக்கிடலாம். வட்ட மையத்தில் அமையும் கோண அளவுகளின் கூடுதல் 360° என நமக்குத் தெரியும். எனவே நாம் வட்டக் கோணப் பகுதிகளைக் கோண அளவுகளைப் பயன்படுத்திக் குறிப்பிடலாம்.

பின்வரும் எடுத்துக்காட்டின் மூலம், கோண அளவுகளைப் பயன்படுத்தி வட்ட விளக்கப்படம் எவ்வாறு அமைக்கப்படுகிறது எனக் காண்போம்.

எடுத்துக்காட்டு 2.9

ஒரு மாணவன் ஒரு வேலை நாளில் வெவ்வேறு செயல்களுக்காக செலவிட்ட நேரங்கள் பின்வரும் அட்டவணையில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. இவ்விவரங்களுக்குக் கோண அளவுகளைப் பயன்படுத்தி வட்ட விளக்கப்படம் வரைக.

செயல்	உறக்கம்	பள்ளி	விளையாட்டு	வீட்டுப்பாட வேலை	மற்றவை
காளஅளவு	8	6	3	3	4

தீர்வு

24 மணிநேரம் கொண்ட ஒரு நாளில் வெவ்வேறு செயல்களுக்குச் செலவழித்த நேரங்களை 360° இன் பாகங்களாக மாற்றுவோம்.

$$\text{உறக்க நேரம் } 8 \text{ மணிநேரம் என்பதால் \frac{8}{24} \times 360^{\circ} = 120^{\circ} \text{ என்று வட்டமையக் கோணமுடைய வட்டக்கோணப் பகுதியில் இதனைக் குறிக்க வேண்டும்.}$$

எனவே, உறக்கத்தைக் குறிக்கும் வட்டக்கோணப் பகுதியின் மையக்கோணம் 120° . இதுபோலவே, மற்றச் செயல்களான பள்ளி, விளையாட்டு, வீட்டுப்பாட வேலை மற்றும் மற்றவை ஆகியவற்றின் வட்டக்கோணப் பகுதியின் மையக்கோணங்கள் கணக்கிடப்பட்டு, பின்வரும் அட்டவணையில் தரப்பட்டுள்ளன.

செயல்	கால அளவு	மையக்கோண அளவு
உறக்கம்	8	$\frac{8}{24} \times 360^{\circ} = 120^{\circ}$
பள்ளி	6	$\frac{6}{24} \times 360^{\circ} = 90^{\circ}$
விளையாட்டு	3	$\frac{3}{24} \times 360^{\circ} = 45^{\circ}$
வீட்டுப்பாட வேலை	3	$\frac{3}{24} \times 360^{\circ} = 45^{\circ}$
மற்றவை	4	$\frac{4}{24} \times 360^{\circ} = 60^{\circ}$
மொத்தம்	24	360°

வட்ட விளக்கப்படத்தை அமைத்தல்

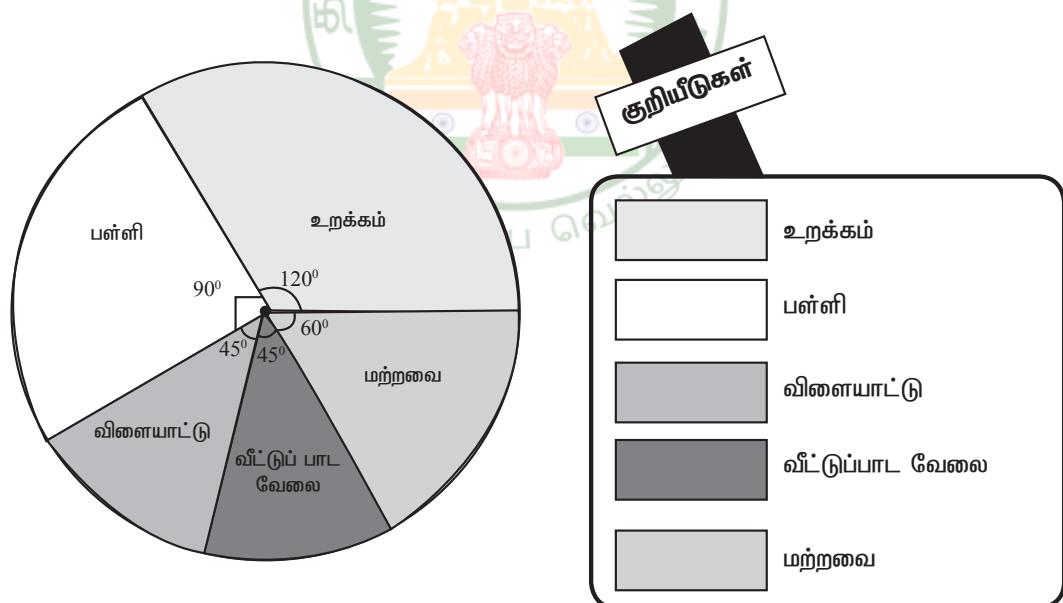
நம் வசதிக்கேற்ப ஏதேனும் ஓர் ஆரமுடைய வட்டத்தை வரைவோம். இவ்வட்டத்தில் ஏதேனும் ஒர் ஆரத்தை முதலில் வரைவோம். இந்த ஆரத்தின் மீது வட்ட மையத்தில் 1200 பிரிவு ஏற்படுத்துமாறு இரண்டாம் புயம் வரைவோம். இந்த வட்டக்கோணப் பகுதி அம்மாணவன் உறக்கத்திற்குச் செலவிட்ட நேரத்தைக் குறிக்கின்றது.

இப்புயத்திலிருந்து இரண்டாம் வட்ட மையத்தில் 900 ஏற்படுத்துமாறு இரண்டாம் வட்டக்கோணப் பகுதியை அளந்து குறிக்கிறோம். இவ்வட்டக் கோணப் பகுதி பள்ளி நேரத்தைக் குறிக்கிறது.

இதுபோலவே விடையாட்டு நேரம், வீட்டுப் பாடவேலை செய்யும் நேரம் இவற்றைக் குறிக்கும் வட்டக்கோணப் பகுதிகளை அமைக்கவும். இறுதியாக உள்ள வட்டக்கோணப் பகுதி மற்றவைக்கான நேரத்தைக் குறிக்கும்.

ஒவ்வொரு வட்டக் கோணப்பகுதியை மற்ற வட்டக் கோணப்பகுதியிலிருந்து வேறுபடுத்திக் காட்ட நிழலிடலாம் அல்லது பல்வெறு வண்ணமிடலாம்.

பள்ளி மாணவன் ஒரு நாளில் (24 மணி நேரம்) செலவழித்த நேரங்கள்



ஒரு பகுதியின் மையக் கோண அளவு = $\frac{\text{அப் பகுதியின் மதிப்பு}}{\text{மொத்த மதிப்பு}}$
சில சமயங்களில் பகுதிகளின் அளவு சதவீதங்களாகக் கொடுக்கப்பட்டிருக்கலாம்.

இதுபோன்ற வேளைகளில்
மையக் கோண அளவு = $\frac{\text{அப் பகுதியின் மதிப்பு}}{100} \times 360^0$

கொடுக்கப்பட்ட விவரங்களுக்கு ஏற்ற வட்ட விளக்கப்படம் அமைத்தலுக்கான படிநிலைகள்

- 1) ஒவ்வொரு பகுதியின் மையக்கோண அளவை மேற்கண்ட சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்திக் காணவும்
 - 2) நம் வசதிக்கேற்ப ஏதேனும் ஓர் ஆரமுடைய வட்டம் வரைக.
 - 3) வட்டத்தினுள் கிடையான ஓர் ஆரம் வரைக.
 - 4) கிடைமட்ட ஆரத்துடன் முதல் பகுதியின் கோணத்தை வட்ட மையத்தில் ஏற்படுத்துமாறு இரண்டாவது ஆரத்தை வரைக. இப்போது கிடைக்கும் வட்டக்கோணப் பகுதி முதல் பகுதியைக் குறிக்கும். இந்த இரண்டாவது ஆரத்துடன் வட்ட மையத்தில் இரண்டாவது பகுதியின் கோணத்தை ஏற்படுத்தும் அடுத்த ஆரத்தை வரைக. தற்போது கிடைக்கும் வட்ட கோணப்பகுதி இரண்டாவது பகுதியைக் குறிக்கும். இதுபோலவே மற்ற எல்லாப் பகுதிகளும் முடியும் வரை அவற்றுக்குரிய வட்டகோணப் பகுதிகளை வரையவும்.
 - 5) வட்டக்கோணப் பகுதிகளை வேறுபடுத்திக் காட்ட வெவ்வேறு வண்ணமிடவும். ஒவ்வொரு பகுதியும் எதைக் குறிக்கிறது என்பதை எழுதவும். வண்ணங்கள் குறிக்கும் பகுதிகளின் பெயர்களைக் குறிப்பிடவும்.
 - 6) குறியீடு கொடுக்கவும்
 - 7) விவரங்களுக்கேற்ற தலைப்பு கொடுக்கவும்.
- இப்பொழுது கொடுக்கப்பட்டுள்ள விவரங்களுக்கு உரிய வட்ட விளக்கப்படம் நமக்குக் கிடைக்கின்றது.

எடுத்துக்காட்டு 2.10

பின்வரும் அட்டவணையில் ஒரு குடும்பத்தில் மாதாந்திர வரவு, செலவு விவரங்கள் தரப்பட்டுள்ளன.

விவரங்கள்	உணவு	வீட்டு வாடகை	உடை	கல்வி	சேமிப்பு	இதர செலவுகள்
செலவுகள் (ரூ. இல்)	4800	2400	1600	800	1000	1400

கோண அளவைப் பயன்படுத்தி மேற்கண்ட விவரங்களுக்கு ஒரு வட்ட விளக்கப்படம் வரைக.

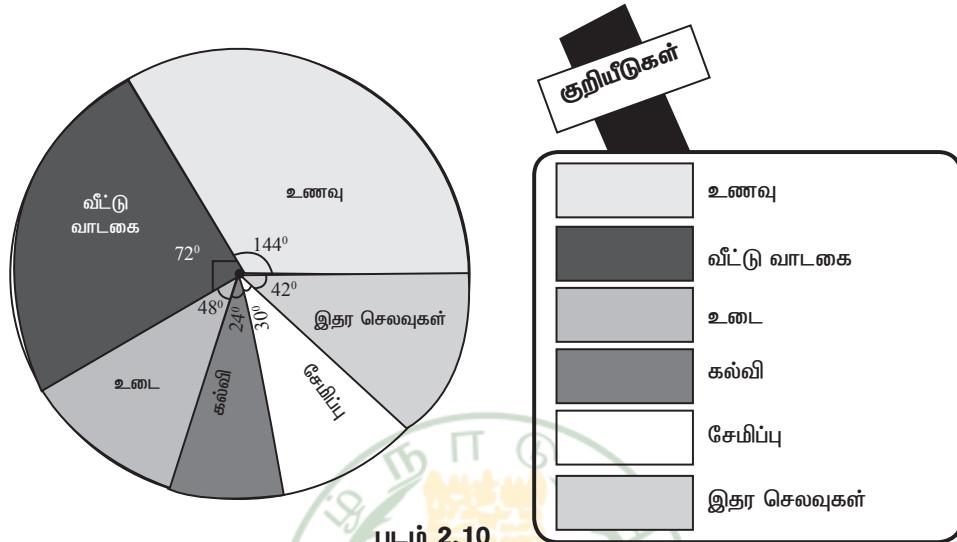
தீர்வு

அட்டவணையில் குறிப்பிடப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு விவரத்தின் மையக்கோணத்தையும் பின்வருமாறு கணக்கிடலாம்.

விவரங்கள்	செலவுகள் (ரூ.-இல்)	மையக்கோண அளவு
உணவு	4800	$\frac{4800}{1200} \times 360^\circ = 144^\circ$
வீட்டு வாடகை	2400	$\frac{2400}{12000} \times 360^\circ = 72^\circ$
உடை	1600	$\frac{1600}{12000} \times 360^\circ = 48^\circ$
கல்வி	800	$\frac{800}{12000} \times 360^\circ = 24^\circ$
சேமிப்பு	1000	$\frac{1000}{12000} \times 360^\circ = 30^\circ$
இதர செலவுகள்	1400	$\frac{1400}{12000} \times 360^\circ = 42^\circ$
மொத்தம்	12000	360°

நாம் பின்வருமாறு வட்ட விளக்கப்படத்தினைப் பெறுகிறோம்.

ஒரு குடும்பத்தின் மாதாந்திர வரவு செலவு விபரம்



எடுத்துக்காட்டு 2.11

பள்ளி இறுதிப் பொதுத்தேர்வில் (S.S.L.C) ஒரு பள்ளியின் தேர்வு முடிவுகள் பின்வருமாறு கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

தேர்வு முடிவு	முதல் வகுப்பில் தேர்ச்சி பெற்றோர்	இரண்டாம் வகுப்பில் தேர்ச்சி பெற்றோர்	மூன்றாம் வகுப்பில் தேர்ச்சி பெற்றோர்	தேர்ச்சி பெறாதோர்
மாணவர்களின் சதவீதம்	25	35	30	10

மேற்கண்ட விவரங்களை விளக்க ஒரு வட்ட விளக்கப்படம் வரைக.

தீவு

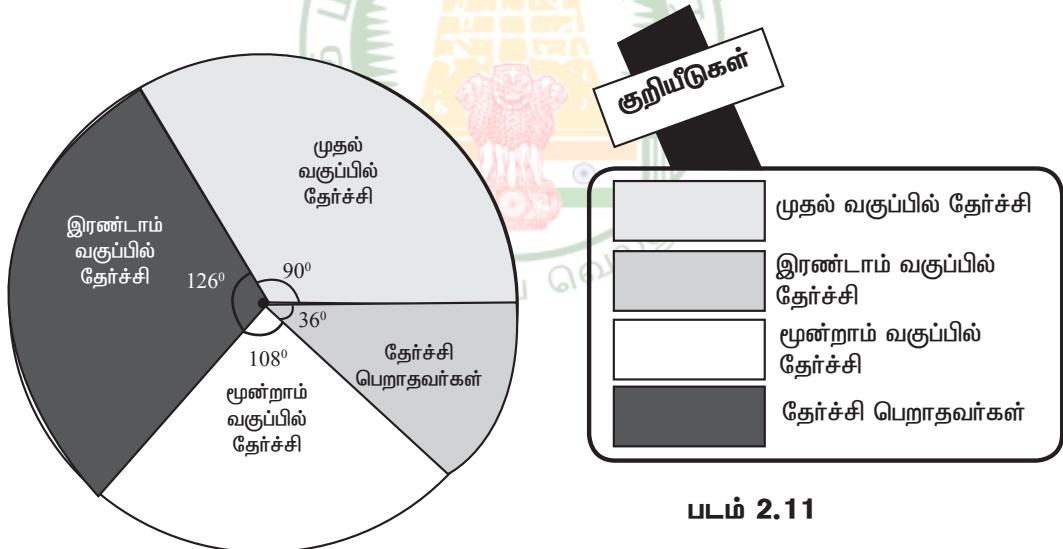
$$\text{தேவையான பகுதியின் மையக்கோணம்} = \frac{\text{அப் பகுதியின் சதவீதம்}}{100} \times 360^\circ$$

இதைப் பயன்படுத்தி நாம், வெவ்வேறு பகுதிகளின் மையக்கோண அளவுகளைப் பின்வருமாறு காணலாம்:

தேர்வு முடிவு	மாணவர்களின் சதவீதம்	மையக்கோண அளவு
முதல் வகுப்பில் தேர்ச்சி பெற்றோர்	25	$\frac{25}{100} \times 360^\circ = 90^\circ$
இரண்டாம் வகுப்பில் தேர்ச்சி பெற்றோர்	35	$\frac{35}{100} \times 360^\circ = 126^\circ$
மூன்றாம் வகுப்பில் தேர்ச்சி பெற்றோர்	30	$\frac{30}{100} \times 360^\circ = 108^\circ$
தேர்ச்சி பெறாதவர்கள்	10	$\frac{10}{100} \times 360^\circ = 36^\circ$
மொத்தம்	100	360°

பின்வருமாறு வட்ட விளக்கப்பட்டதை நாம் பெறுகின்றோம்.

பள்ளி இறுதிப் பொதுத்தேர்வு (S.S.L.C) முடிவுகள்



2.5 மைய நிலைப் போக்கு அளவைகள் (Measures of Central Tendency)

திரட்டப்பெற்ற அதிக அளவிலான விரங்களை அட்டவணைப்பெற்றியப் பின்னரும், அப்பரவலின் பொது வடிவம் தெளிவாகத் தெரிவது இல்லை. மேலும் தெளிவான வடிவம் தெரிய வேண்டுமானால் அந்த மொத்த விவரங்களையும் ஒரு தனி எண்ணால் குறித்துச் சொல்ல வேண்டும். அப்படிப்பட்ட எண்ணைச் சுற்றி அதிக அளவிலான விவரங்கள் இருந்தால். அந்த எண்ணை இவ்விவரங்களின் பண்புகளைக் கொண்டிருக்கும். அந்த வகையான எண்களை மையநிலைப் போக்கு அளவைகள் என்பர். அவ்விதமான சில அளவைகள்

- 1) கூட்டுச் சராசரி (Arithmetic Mean)
- 2) இடைநிலை (Median) மற்றும்
- 3) முகடு (Mode)

2.5.1 கூட்டுச் சராசரி (A.M.)

கண்டறிந்த மதிப்புகளின் கூட்டுத் தொகைக்கும், மதிப்புகளின் எண்ணிக்கைக்கும் உள்ள விகிதத்தைக் கூட்டுச் சராசரி என்கின்றோம்.

2.5.1(அ) தொகுக்கப்படாத விவரங்களுக்குக் கூட்டுச்சராசரி

$x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ என்ற மதிப்புகளைக் கொண்ட மாறி x எனில் அதன் கூட்டுச் சராசரியை x என்று குறிப்போம்.

$$\therefore \bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n}$$

Σ குறியீட்டைப் புரிந்துகொள்வோம்

$$\sum_{k=1}^3 K = 1 + 2 + 3 = 6$$

$$\sum_{n=3}^6 n = 3 + 4 + 5 + = 6$$

$$\sum_{n=2}^4 2n = 2 \times 2 + 2 \times 3 + 2x = 18$$

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^3 5 &= \sum_{k=1}^3 5 \times k^\circ \\ &= 5 \times 1^\circ + 5 \times 2^\circ + 5 \times 3^\circ \\ &= 5 + 5 + 5 = 15 \end{aligned}$$

$$\sum_{k=2}^4 (k-1) = (2-1) + (3-1) + (4-1) = 6$$

கிரேக்க எழுத்தாகிய ‘Σ’ வை கணிதத்தில் சிக்மா என்கிறோம். இது கூட்டுப் பலனைக் குறிக்கப் பயன்படுத்தப்படும். இக்குறியீட்டில் $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ ஆகிய எண்களின் கூட்டற்பலனை $\sum_{i=1}^n x_i$ அல்லது $\sum xi$ என்று குறிப்பார்.

$$\bar{x} = \frac{\sum xi}{n}$$

எடுத்துக்காட்டு 2.12

ஒரு தேர்வில் 10 மாணவர்கள் பெற்ற மதிப்பெண்கள்

15, 75, 33, 67, 76, 54, 39, 12, 78, 11 எனில், இதன் கூட்டுச் சராசரியைக் காண்க.

தீர்வு

இங்கு, $n = 10$

$$\begin{aligned} \text{கூட்டுச் சராசரி} &= \bar{x} = \frac{15 + 75 + 33 + 67 + 76 + 54 + 39 + 12 + 78 + 11}{10} \\ \bar{x} &= \frac{460}{10} = 46 \end{aligned}$$

எடுத்துக்காட்டு 2.13

9, 6, 7, 8, 5 மற்றும் x ஆகியவற்றின் சராசரி 8 எனில் ஒ இன் மதிப்பு காண்க.

தீர்வு

இங்கு கொடுக்கப்பட்ட மதிப்புகள் 9, 6, 7, 8, 5 மற்றும் x , $n = 6$.

$$\begin{aligned} \text{சூத்திரத்தின்படி, கூட்டுச் சராசரி} &= \bar{x} = \frac{9+6+7+8+5+x}{6} = \frac{35+x}{6} \\ \text{ஆதலால், } \frac{35+x}{6} &= 8 \\ \text{எனவே, } 35+x &= 48 \\ x &= 48 - 35 = 13. \end{aligned}$$

எடுத்துக்காட்டு 2.14

ஒரு வகுப்பிலுள்ள 10 மாணவர்களின் சராசரி உயரம் 166 செ.மீ. எனக்கணக்கிடப்பட்டது. தகவல்களைச் சரிபார்க்கும்போது ஒரு மதிப்பு 150 செ.மீக்கு பதிலாக 160 செ.மீ என்று குறிப்பிடப்பட்டது கண்டுபிடிக்கப்பட்டது எனில் சரியான சராசரி உயரத்தைக் காண்க.

தீர்வு

இங்கு, $\bar{x} = 166$ செ.மீ. மற்றும் $n = 10$.

$$\therefore \bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{\sum x}{10}$$

$$166 = \frac{\sum x}{10} \text{ அல்லது } \sum x = 1600$$

$$\text{தவறான கூடுதல்} = 1660$$

$$\begin{aligned}\text{சரியான கூடுதல்} &= \text{தவறான கூடுதல்} - \text{தவறான மதிப்பு} + \text{சரியான மதிப்பு} \\ &= 1660 - 160 + 150 = 1650\end{aligned}$$

$$\text{சரியான சராசரி உயரம்} = \frac{1650}{10} = 165 \text{ செ.மீ.}$$

2.5.1(ஆ) தொகுக்கப்பட்ட விவரங்களுக்குக் கூட்டுச்சராசரி காணுதல்

கொடுக்கப்பட்ட விவரங்களுக்குக் கூட்டுச் சராசரி காணும் இரு வழிகளாவன:

(i) நேரடி முறை (ii) உத்தேச சராசரி முறை

- (i) நேரடி முறையில் கூட்டுச் சராசரி காணல்
நிகழ்வெண் பரவல் ஒன்றை எடுத்துக் கொள்வோம்.

மாறி	x_1	x_2	x_3	...	x_n
நிகழ்வெண்	f_1	f_2	f_3	...	f_n

இந்த அட்டவணையின் விளக்கம் பின்வருமாறு:

x_1 என்பது f_1 முறையும்

x_2 என்பது f_2 முறையும்

x_3 என்பது f_3 முறையும்

x_n என்பது f_n - முறையும் உள்ளன என்பதைக் குறிக்கின்றது.

x என்ற மாறியின் வேறுபட்ட மதிப்புகள் $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ ஆகும். இங்கு N என்பது மாறிகளின் நிகழ்வெண்களின் மொத்த எண்ணிக்கை ஆகும்.

அதாவது $f_1 + f_2 + f_3 + \dots + f_n = N$ (அல்லது) $\sum_{i=1}^n f_i = N$

$$\begin{aligned}\text{எனவே, மொத்தக் கூடுதல்} &= (x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n \text{ முறை}) + (x_2 + x_3 + x_4 + \dots + f_2 \text{ முறை}) \\ &\quad + \dots + (x_n + x_1 + x_2 + \dots + f_n \text{ முறை}) \\ &= f_1 \times x_1 + f_2 \times x_2 + \dots + f_n \times x_n = \sum f_i x_i\end{aligned}$$

$$\text{இங்கு } \bar{x} = \frac{\text{கண் டறியப் பட்ட மதிப்புகளின் கூடுதல்}{\text{கண் டறியப் பட்ட மதிப்புகளின் எண் ணிக்கை}} = \frac{\sum f_i X_i}{\sum f_i}$$

$$\bar{x} = \frac{\sum f x}{\sum f}. \text{ இங்கு } N = \sum f.$$

எடுத்துக்காட்டு 2.15

நேரடி முறையில் கீழ்க்கண்ட விவரங்களுக்குக் கூட்டுச் சராசரியைக் கணக்கிடுக.

x	5	10	15	20	25	30
f	4	5	7	4	3	2

தீர்வு

x	f	fx
5	4	20
10	5	50
15	7	105
20	4	80
25	3	75
30	2	60
மொத்தம்	N - 25	$\Sigma f x = 390$

$$\text{கூட்டுச் சராசரி}, \bar{x} = \frac{\sum f x}{N} = \frac{390}{25} = 15.6$$

(ii) உத்தேச சராசரி முறையில் கூட்டுச்சராசரி காணல்

மேற்கண்ட எடுத்துக்காட்டில் எண்கள் சிறியனவாக உள்ளன. எனவே இங்கு பெருக்கற்பலன் எளிதாகக் காணப்படுகிறது. பெரிய எண்ணாக இருப்பின், பெருக்கற்பலன் காணப்பது கடினமாகும். மேலும் பிழை வரவும் வாய்ப்பு உள்ளது.

மற்றொரு எளிய வழி முறையில் இக்கடினத்தைத் தீர்க்கலாம். இம்முறையில் ஒரு பொருத்தமான எண் A ஐ உத்தேசமாக எடுத்துக் கொள்கின்றோம். இந்த எண் உத்தேச சராசரியாகும்.

உத்தேச சராசரி A யிலிருந்து ஒவ்வொரு மாறி $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ இன் விலகல்கள் முறையே $d_1, d_2, d_3, \dots, d_n$ எனக் கணக்கிடுகிறோம்.

$$\text{அதாவது } d_1 = x_1 - A, d_2 = x_2 - A, d_3 = x_3 - A, \dots, d_n = x_n - A$$

இப்பொழுது $d_1, d_2, d_3, \dots, d_n$ இவற்றை முறையே $f_1, f_2, f_3, \dots, f_n$ ஆல் பெருக்கவும். இப்பொழுது $\sum fd$ காணலாம். கூட்டுச் சராசரியைப் பின்வரும் குத்திரம் மூலம் காணலாம்.

$$\begin{aligned} \text{கூட்டுச்சராசரி } \bar{x} &= A + \frac{\sum fd}{\sum f} \\ &= A + \frac{\sum fd}{N} \quad (\text{A என்பது உத்தேச சராசரி } N = \sum f) \end{aligned}$$

இப்பொழுது எடுத்துக்காட்டு 2.15 இல் உள்ள விவரங்களுக்கு நாம் உத்தேச சராசரி முறையில் கூட்டுச் சராசரி காண்போம்.

உத்தேச சராசரி A - 15 என்க

x	f	$d = x - A$	fd
5	4	-10	-40
10	5	-5	-25
15	7	0	0
20	4	5	20
25	3	10	30
30	2	15	30
மொத்தம்	$N = 25$		$\sum fd = 15$

$$\begin{aligned} \text{கூட்டுச்சராசரி } \bar{x} &= A + \frac{\sum fd}{n} \\ &= 15 + \frac{15}{25} = 15 + \frac{3}{5} = \frac{75+3}{5} = \frac{78}{5} = 15.6 \end{aligned}$$

2.5.2 எடையிட்ட கூட்டுச் சராசரி (Weighted Arithmetic Mean)

சில சமயங்களில் மாறிகள், பல்வேறுபட்ட எடையுடன் கூடியதாக அமையும். இந்தச் சூழ்நிலையிலும் கூட்டுச்சராசரியை (A.M.) காண இயலும். இதை நாம் எடையிட்ட கூட்டுச் சராசரி என்கின்றோம் (W.A.M.).

எடுத்துக்காட்டாக x_1 என்ற மாறி w_1 என்ற எடையுடனும், x_2 என்ற மாறி w_2 என்ற எடையுடனும், இறுதியாக x_n என்ற மாறி w_n என்ற எடையுடனும், கொடுக்கப்பட்டிருந்தால்

$$\text{எடையிட்ட சூட்டுச்சராசரி } W.A.M. = \frac{w_1x_1 + w_2x_2 + w_3x_3 + \dots + w_nx_n}{w_1 + w_2 + w_3 + \dots + w_n} = \frac{\sum w_i x_i}{\sum w_i} \quad \text{என்று}$$

வரையறுக்கப்படுகிறது.

எடுத்துக்காட்டு 2.16

பின்வரும் விவரங்களுக்கு எடையிட்ட சூட்டுச் சராசரி காண்க.

உணவுப்பொருட்கள்	அளவு (கி.கி.) w_i	ஒரு கிலோ கிராம் விலை (ரூ.) x_i
அரிசி	25	30
சர்க்கரை	12	30
எண்ணெய்	8	70

தீர்வு

இங்கு x இன் மதிப்புகள் கொடுக்கப்பட்ட உணவுப் பொருட்களின் விலையாகவும், இவற்றின் சம்பந்தப்பட்ட அளவுகள் (கி.கி) எடைகளாகவும் அமைந்துள்ளன.

ஆதலால், எடையிட்ட

$$\begin{aligned} \text{சூட்டுச் சராசரி (W.A.M)} &= \frac{w_1x_1 + w_2x_2 + w_3x_3 + \dots + w_nx_n}{w_1 + w_2 + w_3 + \dots + w_n} \\ &= \frac{25 \times 30 + 12 \times 30 + 8 \times 70}{25 + 12 + 8} = \frac{1670}{45} = \text{ரூ. } 37.11 \end{aligned}$$

2.5.3 இடைநிலை (Median)

மையநிலைப் போக்கு அளவுகளில் இடைநிலையும் ஒன்று ஆகும்.

2.5.3 (அ) தொகுக்கப்படாத விவரங்களின் இடைநிலை காணல்

இடைநிலை அளவைப் பின்வருமாறு காணக்கிடலாம். முதலில், நாம் எடுத்துக்கொண்ட விவரங்களை ஏறுவரிசை அல்லது இறங்கு வரிசையில் அமைப்போம்.

(i) விவரங்களின் எண்ணிக்கை ஒற்றைப்படை எண் எனில் இதன் நடு உறுப்பு இடைநிலை அளவாகும்.

உதாரணம் : 33, 35, 39, 40, 43 என்பனவற்றின் நடு உறுப்பு 39, எனவே இதன் இடைநிலை 39 ஆகும்.

(ii) விவரங்களின் எண்ணிக்கை இரட்டைப்படை என்ற எனில் இரு மத்திய மதிப்புகளின் சராசரியே அவற்றின் இடைநிலை அளவாகும்.

$$\text{உதாரணம் : } 33, 35, 39, 40, 43, 48 \text{ எனில் இடைநிலை} = \frac{39+40}{2} = 39.5$$

குறிப்பு : இவை நிலை அளவுக்குக் கீழ் எத்தனை விவரங்கள் உள்ளனவோ அதே எண்ணிக்கையிலான விவரங்கள் அதற்கு மேல் இருக்கும்.

எடுத்துக்காட்டு 2.17

17, 15, 9, 13, 21, 7, 32 ஆகியவற்றின் இடைநிலை காண்க.

தீர்வு

மதிப்புகளை ஏறு வரிசையில் அமைத்தால் 7, 9, 13, 15, 17, 21, 32 எனக் கிடைக்கிறது.

இங்கு, $n = 7$ (ஒற்றைப்படை எண்)

$$\begin{aligned}\text{இடைநிலை} &= \text{நடுமதிப்பு} \\ &= \frac{(n+1)}{2} = \frac{(7+1)}{2} \\ &= 4 \text{ ஆக இடத்தில் உள்ள எண்} \\ \text{எனவே, இடைநிலை} &= 15\end{aligned}$$

எடுத்துக்காட்டு 2.18

ஒரு கிரிக்கெட் விளையாட்டு வீரர் எடுத்த ஓட்டங்கள் பின்வருமாறு

13, 28, 61, 70, 4, 11, 33, 0, 71, 92. இவற்றின் இடைநிலை காண்க.

தீர்வு

ஓட்டங்களை ஏறுவரிசையில் அமைப்பொம் 0, 4, 11, 13, 28, 33, 61, 70, 71, 92.

இங்கு, $n = 10$ (இரட்டை எண்)

இங்கு இரு மத்திய மதிப்புகள் உள்ளன. அவை 28, 33 ஆகும்.

$$\therefore \text{இடைநிலை} = \frac{28+33}{2} = \frac{61}{2} = 30.5$$

2.5.3(ஆ) தொகுக்கப்பட்ட விவரங்களுக்கு இடைநிலை காணல் குவிவு நிகழ்வெண் (Cumulative frequency)

ஓரு நிகழ்வெண் பட்டியலில் குவிவு நிகழ்வெண் என்பது அந்தப் பிரிவு இடைவெளி வரை உள்ள நிகழ்வெண்களின் கூடுதல் ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 2.19

50 மாணவர்கள் பெற்ற மதிப்பெண்களுக்கான இடைநிலை காண்க.

மதிப்பெண்கள்	20	27	34	43	58	65	89
மாணவர்களின் எண்ணிக்கை	2	4	6	11	12	8	7

மதிப்பெண்கள் (x)	மாணவர்களின் எண்ணிக்கை (f)	நிகழ்வெண் குவிவு
20	2	2
27	4	(2 + 4 =) 6
34	6	(6 + =) 12
43	11	(11 + 12 =) 23
58	12	(23 + 12 =) 35
65	8	(35 + 8 =) 43
89	7	(43 + 7 =) 50

இங்கு மொத்த நிகழ்வெண், $N = \sum f = 50$

$$\therefore \frac{N}{2} = \frac{50}{2} = 25$$

இடைநிலை = $\left(\frac{N}{2}\right)$ ஆவது மதிப்பு = 25 ஆவது உறுப்பின் மதிப்பு

ஆனால், 25 ஆவது உறுப்பு குவிவு நிகழ்வெண் நிரலில் உள்ள 35 என்ற இடத்தில் உள்ளது. இதற்குத் தொடர்பான மதிப்பு 58.

எனவே, இடைநிலை = 58.

2.5.4 முகடு (Mode)

முகடும் ஓரு மையப்போக்கு அளவு ஆகும்.

முகடு பின்வருமாறு கணக்கிடப்படுகிறது.

2.5.4(அ) தொகுக்கப்படாத விவரங்களின் முகடு (துணித்தனியான விவரங்கள்)

தனித் தொகுதியாக அமைந்துள்ள மதிப்புகளின் கணத்தில் எந்த ஒரு மதிப்பானது அதிக எண்ணிக்கையில் இருக்கிறதோ அது தரப்பட்ட புள்ளி விவரங்களின் முகடு எனப்படும்.

எடுத்துக்காட்டு 2.20

2, 4, 5, 2, 1, 2, 3, 4, 4, 6, 2 ஆகியவற்றின் முகடு காண்க.

தீர்வு

மேலே உள்ள விவரங்களில் 2 மிக அதிக தடவையாக 4 முறை வந்துள்ளது. எனவே, முகடு = 2.

எடுத்துக்காட்டு 2.21

22, 25, 21, 22, 29, 25, 34, 37, 30, 22, 29, 25 ஆகியவற்றின் முகடு காண்க.

தீர்வு

இங்கு 22 மூன்று முறையும், 25 மூன்று முறையும் அமைந்திருக்கின்றன. எனவே 22, 25 ஆகிய இரண்டுமே முகடுகள் ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 2.22

15, 25, 35, 45, 55, 65 ஆகியவற்றின் முகடு காண்க.

தீர்வு

இங்கு ஒவ்வொரு எண்ணும் ஒரே முறை தான் வந்துள்ளது. எனவே தரப்பட்ட விவரங்களுக்கு முகடு இல்லை.

2.5.4 (ஆ) தொகுக்கப்பட்ட விவரங்களின் முகடு (நிகழ்வெண் பரவல்)

தரப்பட்ட புள்ளி விவரங்களை ஒழுங்குப்படுத்தி ஒரு நிகழ்வெண் பட்டியலில் அமைந்தால், அதிக நிகழ்வெண்ணைக் கொண்ட பிரிவு, முகட்டுப் பிரிவு எனப்படுகிறது. இப்பிரிவில் உள்ள மாறியின் மதிப்பு முகடு எனப்படும்.

எடுத்துக்காட்டு 2.23

பின்வரும் நிகழ்வெண் பட்டியலுக்கு முகடு காண்க.

சூலி (ரூ)	250	300	350	400	450	500
தொழிலாளர்களின் எண்ணிக்கை	10	15	16	12	11	13

சூலி (ரூ)	தொழிலாளர்களின் எண்ணிக்கை
250	10
300	15
350	16
400	12
450	11
500	13

மேற்கண்ட அட்டவணையிலிருந்து மீப்பெரு நிகழ்வெண் 16 ஆகும். இதற்கு ஏற்ற மாறியின் மதிப்பு (சூலி) ரூ.350. எனவே, முகடு 350 ஆகும்.

ஒரு முகடு (Uni modal)	இரு முகடுகள் (Bi modal)	மூன்று முகடுகள் (Tri modal)	பன் முகடுகள் (Multi modal)
கொடுக்கப்பட்ட விவரங்களுக்கு ஒரே ஒரு முகடு மட்டும் இருப்பின் அதனை ஒரு முகடு என்பர்.	கொடுக்கப்பட்ட விவரங்களுக்கு இரு முகடுகள் மட்டும் இருப்பின் அதனை இருமுகடுகள் என்பர்	கொடுக்கப்பட்ட விவரங்களுக்கு மூன்று முகடுகள் மட்டும் இருப்பின் அதனை மூன்று முகடுகள் என்பர்.	கொடுக்கப்பட்ட விவரங்களுக்கு மூன்றுக்கு மேற்பட்ட முகடுகள் இருப்பின் அதனைப் பன்முகடுகள் என்பர்.
எடுத்துக்காட்டு : 10, 15, 20, 25, 15, 18, 12, 15. முகடு 15.	எடுத்துக்காட்டு: 20, 25, 30, 30, 15, 10, 25 இருமுகடுகள் 25, 30	எடுத்துக்காட்டு: 60, 40, 85, 30, 35, 45, 80, 80, 55, 50, 60. மூன்று முகடுகள் 60, 80, 85.	எடுத்துக்காட்டு : 1, 2, 3, 8, 5, 4, 5, 4, 2, 3, 1, 3, 5, 2, 7, 4, 1. பன் முகடுகள் 1, 2, 3, 4, 5.

எள்கைமயாக்குதல் (SIMPLIFICATION)

சூத்திரம்

- $(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$
- $(a - b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$
- $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca)$
- $(a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a + b)$
- $(a - b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a - b)$
- $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 + b^2 - ab)$
- $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + b^2 + ab)$
- $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$
- $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca)$
- ‘n’ இயல் எண்களின் கூடுதல் = $\frac{n(n+1)}{2}$
- ‘n’ இயல் எண்களின் இருமடிகளின் கூடுதல் = $\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$
- ‘n’ இயல் எண்களின் மும்மடிகளின் கூடுதல் = $\left[\frac{n(n+1)}{2} \right]^2$

$$\begin{aligned}
 1. \quad & \frac{(941+149)^2 + (941-149)^2}{(941 \times 941) + (149 \times 149)} \\
 & \frac{(a+b)^2 + (a-b)^2}{(a^2 + b^2)} \\
 & = \frac{a^2 + b^2 + 2ab + a^2 + b^2 - 2ab}{a^2 + b^2} = 2
 \end{aligned}$$

2.
$$\frac{2.75 \times 2.75 \times 2.75 - 2.25 \times 2.25 \times 2.25}{a^2 + b^2}$$

$$= \frac{a^3 - b^3}{(a^2 + b^2 + ab)} = \frac{(a-b)(a^2 + b^2 + ab)}{a^2 + b^2 + ab} = 2.75 - 2.25 = 0.5$$

3.
$$\frac{753 \times 753 + 247 \times 247 - 753 \times 247}{753 \times 753 + 247 \times 247 \times 247}$$

$$= \frac{a^2 + b^2 - ab}{a^3 + b^3} = \frac{a^2 + b^2 - ab}{(a+b)(a^2 + b^2 - ab)}$$

$$= \frac{1}{(753 + 247)} = 0.001$$

4. $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$ ன் மதிப்பு $a = 87, b = 126, c = 39$

$$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca)$$

$$a + b + c = (87 - 126 - 39) = 0$$

5. $(51 + 52 + 53 \dots + 100)$

$$\frac{n(n+1)}{2}$$

$$(1 + 2 + \dots + 100) - (1 + 2 + 3 + \dots + 50)$$

$$\frac{100 \times 101}{2} - \frac{50 \times 50}{2}$$

$$5050 - 1275 = 3775$$

6. $(1^2 + 2^2 + \dots + 10^2)$

$$\frac{10(11)(21)}{6} = 385$$

7. $(11^2 + 12^2 + \dots + 20^2)$

$$\begin{aligned} & \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \\ & (1^2 + 2^2 + \dots + 20^2) - (1^2 + 2^2 + \dots + 10^2) \\ & = \frac{20(21)(41)}{6} - \frac{10(11)(21)}{6} \\ & = 2870 - 385 = 2485 \end{aligned}$$

8. ஒரு நொடி ஒரு மணி நேரத்தில் எத்தனை பின்னங்கள்?

$$\frac{1}{60 \times 60} = \frac{1}{3600}$$

விடை: 0.00027

9. கீழ் உள்ளவற்றில் அவற்றின் மதிப்பின் அடிப்படையில் இறங்கு வரிசையில் உள்ளதை தேர்வு செய்க:

எண்ணின் மதிப்பினை இறங்கு வரிசையில் எழுதினால்

$$\frac{11}{7}, \frac{7}{11}, \frac{5}{9}, \frac{8}{15}$$

$$\begin{array}{ll} \frac{11}{7} & = 1.57 \qquad \frac{7}{11} = 0.636 \\ \frac{5}{9} & = 1.57 \qquad \frac{8}{15} = 0.636 \end{array}$$

10. 0.36 என்ற எண்ணை $\frac{p}{q}$ முறையில் மாற்றுக :

$$\frac{36}{99} = \frac{4}{11}$$

எ.கா.

$$0.\overline{5} = 5/9, \quad 0.\overline{76} = 76/99$$

$$0.\overline{136} = \frac{136}{999}$$

எ.கா.

a) $0.\overline{136} = 0.13636^*$

$$\frac{136-1}{990} = \frac{135}{990}$$

b) $0.\overline{237} = 0.23737$

$$\frac{237-2}{990} = \frac{235}{990}$$

c) $0.\overline{0054} = \frac{054-0}{990} = \frac{054}{990}$

d) $5.\overline{0072} = 5 + \frac{72}{9900} = 5\frac{2}{275}$

11. கீழ் உள்ளவற்றில் மிகக்குறைந்தது எது?

(a) 0.2 (b) 1.2
 $= 0.04$

(c) $\frac{2}{9}$

(d) 0.2×0.2

12. The correct expression of $6.\overline{46}$ in the fractional form is

$6.\overline{46}$ என்ற எண்ணை பின்ன வடிவில் மாற்றுக:

$$6 + 0.\overline{46}$$

$$6 + \frac{46}{99}$$

$$99 \times \frac{6}{1} \times 99 + \frac{46}{99}$$

$$\frac{594}{99} + \frac{46}{99} = \frac{594 + 46}{99} = \frac{640}{99}$$

13. The value of $4.\overline{12}$ is

$$4 + 0.\overline{12}$$

$$4 + \frac{12-1}{90} = 4 + \frac{11}{90} = 4\frac{11}{90}$$

14. $\frac{(67.542)^2 - (32.458)^2}{75.458 - 40.374}$ இவற்றின் மதிப்பு என்ன?

$$\begin{aligned} & \frac{(67.542)^2 - (32.458)^2}{75.458 - 40.374} \\ &= \frac{(a^2 - b^2)}{75.458 - 40.374} = \frac{(a+b)(a-b)}{35.084} \\ &= \frac{100(35.084)}{35.084} = 100 \end{aligned}$$

15. $\frac{1.49 \times 14.9 - 0.51 \times 5.1}{1.49 - 0.51}$ இவற்றிற்கு சமமான மதிப்பு

$$\begin{aligned} & \frac{1.49 \times 14.9 - 0.51 \times 5.1}{14.9 - 0.51} \\ &= \frac{a \times 10a - b \times 10b}{10a - 10b} \\ &= \frac{10a^2 - 10b^2}{10a - 10b} \\ &= \frac{10(a^2 - b^2)}{10(a-b)} = \frac{(a^2 - b^2)}{(a-b)} \\ &= \frac{(a+b)(a-b)}{(a-b)} = a + b \\ ie &= 1.49 + 0.51 = 2.00 \end{aligned}$$

16. $\frac{(4.2 \times 4.2 - 1.9 \times 1.9)}{(2.3 \times 6.1)} = ?$

$$\begin{aligned} & \frac{4.2 \times 4.2 - 1.9 \times 1.9}{2.3 - 6.1} \\ &= \frac{(a^2 - b^2)}{(a-b)(a+b)} \\ &= \frac{(a+b)(a-b)}{(a-b)(a+b)} = 1 \end{aligned}$$

17. $\left[\frac{0.125 + 0.027}{0.5 \times 0.5 + 0.09 - 0.15} \right]$ இவற்றின் மதிப்பு காண்க:

$$\frac{(0.125 + 0.027)}{(0.5 \times 0.5 + 0.09 - 0.15)}$$

$$a = 0.5 \quad b = 0.3$$

$$\frac{a^3 + b^3}{a^2 + b^2 - ab}$$

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 + b^2 - ab)$$

$$\frac{(a^2 + b^2 - ab)(a + b)}{(a^2 + b^2 - ab)}$$

$$a + b = 0.5 + 0.3 = 0.8$$

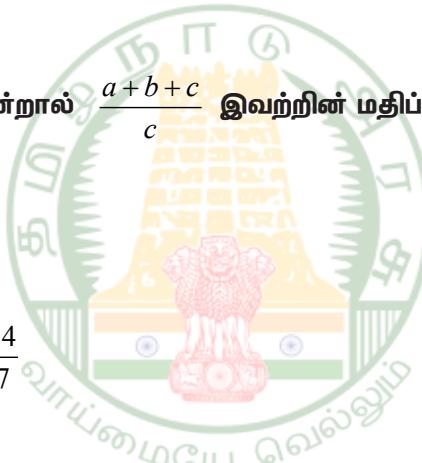
18. $\frac{a}{3} = \frac{b}{4} = \frac{c}{7}$ அப்படி யென்றால் $\frac{a+b+c}{c}$ இவற்றின் மதிப்பு என்ன?

$$a = 3; b = 4; c = 7$$

$$\frac{a}{3} = 1; \frac{b}{4} = 1; \frac{c}{7} = 1$$

$$\frac{a+b+c}{c} = \frac{3+4+7}{7} = \frac{14}{7}$$

$$\text{விடை} = 2$$



19. The value of $\frac{1}{\frac{2+1}{\frac{2+1}{\frac{2+1}{2-\frac{1}{2}}}}}$

$$\frac{1}{\frac{2+1}{\frac{2+1}{\frac{2+1}{2-\frac{1}{2}}}}}$$

$$2 - \frac{1}{2} = \frac{4-1}{2} = \frac{3}{2}$$

$$2 + \frac{1}{\frac{3}{2}}$$

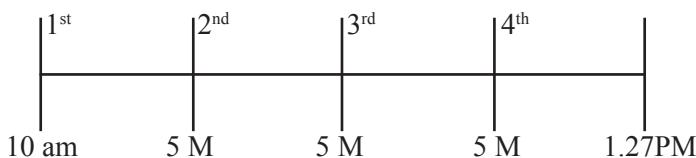
$$= 2 + \frac{2}{3} = \frac{6+2}{3} = \frac{8}{3}$$

$$= 2 + \frac{1}{\frac{8}{3}} = 2 + \frac{3}{8}$$

$$= \frac{16+8}{8} = \frac{19}{8} = \frac{1}{\frac{19}{8}} = \frac{8}{19}$$



20. ஒரு வகுப்பு 10.00 am-க்கு தொடங்கி 1.27 pm-க்கு முடிகிறது. மொத்தம் நாள்கு period நடக்கிறது. ஓவ்வொரு period-க்கும் 5 நிமிடம் இடைவேளை என்றால் அந்த குறிப்பிட்ட நேரத்திற்குள் நடக்கும் ஒரு period-ன் நேரம் என்ன?



மொத்த நேரம் = 3 hrs 27 min
 மொத்த இடைவெளி = 3 hrs 12 min
 1 hr = 60 M; 3 hr = 180M
 180+12 = 192
 = 192/4 = 48 Min

21. ஒரு விளக்கு 13 நோட்டுகள் இடைவேளையில் ஓளிர்கிறது. அது ஓளிரத் தொடங்கிய நேரம் 1 hour 54 min. 50 sec. AM. அது அணைந்த நேரம் 3 hour 17 min. 49 sec. AM. அப்படியென்றால் அந்த ஓளி எத்தனை முறை ஓளிர்ந்து இருக்கும்?

இடைவெளி = 13 seconds

1st time = 1hr 54 Min 50 Sec am

Last time = 3hrs 17 min 49 sec am

$$\begin{array}{r}
 3 \quad 17 \quad 49 \\
 1 \quad 54 \quad 50 \\
 \hline
 1 \quad 22 \quad 59 \text{ sec} \\
 \hline
 1 \text{ hr } \quad 22 \text{ m } \quad 59 \text{ sec} \\
 60 \text{ min } \quad 22 \text{ min } \quad 59 \text{ sec} \\
 82 \text{ min } \quad 59 \text{ sec} \\
 42 \times 60 \text{ sec } 59 \text{ Sec} \\
 4920 + 59 = 4979 \\
 \frac{4979}{13} = 383
 \end{array}$$

Already 1 time seen at first

$$383 + 1 = 384.$$

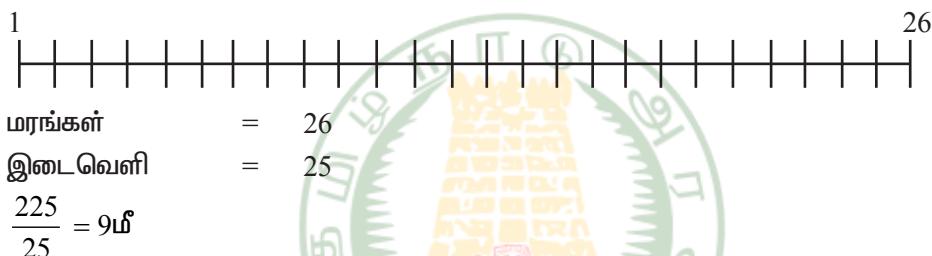


22. ஒரு மனிதன் முதல் நாள் 20 ரூபாய் வருமானம் பெறுகிறார். மறுநாள் 15 ரூபாய் செலவு செய்கிறார். மூன்றாவது நாள் 20 ரூபாய் வருமானம் பெறுகிறார். நான்காவது நாள் 15 ரூபாய் செலவு செய்கிறார் என்றால் அவர் கையில் 60 ரூபாய் இருக்கவேண்டும் என்றால் எத்தனையாவது நாளில் இருக்கவேண்டும்?

முதல் நாள்	\rightarrow	20 (வருமானம்)
2வது நாள்	\rightarrow	15 (செலவு)
3வது நாள்	\rightarrow	20 (வருமானம்)

- | | |
|--|-----------------|
| 4வது நாள் | → 15 (செலவு) |
| 5வது நாள் | → 20 (வருமானம்) |
| வெது நாள் | → 15 (செலவு) |
| 8வது நாள் | → 5 (வருமானம்) |
| 8 நாட்களில் 20 ரூ என்றால் 16 நாட்களில் ரூ.40 | |
| On 17th day – he save 40 + 20 = 60 Rupees | |

23. 225 மீட்டர் நீளமுள்ள ஒரு இடத்தில் 26 மரங்கள் நடப்படுகிறது. ஒவ்வொரு மரமும் சரியான இடைவெளியுடன் நடப்படுகிறது. அந்த நிலத்தில் தொடக்கம் மற்றும் முடிவில் தலை ஒவ்வொரு மரம் நடப்படுகிறது. அப்படியென்றால் அந்த முழு நிலத்திலும் எத்தனை மரங்கள் நட முடியும்?



24. ஒரு தண்ணீர்த் தொட்டியின் $\frac{1}{4}$ பாகம் 135 லிட்டர் எனில், 180 லிட்டர் தண்ணீர் நிரம்பி இருந்தால், அந்த தொட்டியின் எத்தனை பாகத்தை நிரப்பி இருக்கும்?

$$\frac{1}{4} \text{ பங்கு தொட்டி} - 135 \text{ லி}$$

For Full tank – $135 \times 4 = 540$ லி
நிரம்பியுள்ள நீர் = 180 லி

540 லிட்டரில், 180 லிட்டர் பாகம் என்பது

$$\frac{180}{540} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{4} - 135 \text{ லி}$$

$$x - 180 \text{ லி}$$

$$\frac{1}{4} \times 180 = x \times 135$$

$$\frac{\frac{1}{4} \times 180}{135} = x$$

$$\frac{45}{135} = x \quad x = \frac{1}{3} \text{ பாகம்}$$

25. ஒரு பையன் ஒரு புத்தகத்தில் உள்ள பக்கங்களில் $\frac{3}{8}$ ஒரு நாளில் படிக்கிறார். மற்றும் மீதி உள்ளதில் $\frac{4}{5}$ மற்றொரு நாளில் படிக்கிறார். அவர் அந்த புத்தகத்தில் படிக்காத பக்கங்கள் 30 எணில் அந்த புத்தகத்தில் உள்ள பக்கங்கள் மொத்தம் எத்தனை?

$\frac{3}{8}$ of book on 1 day. Read Remaining – $\frac{5}{8}$ th

$\frac{4}{5}$ th of remainder on another day.

$$\frac{4}{5} \times \frac{5}{8} = \frac{1}{2} \text{ படிக்க}$$

$$\frac{3}{8} + \frac{1}{2} = \frac{3+4}{8} = \frac{7}{8} \text{ படிக்க}$$

$$\frac{1}{8} \text{ th unread} = 30 \text{ pages unread}$$

$$\frac{7}{8} \text{ th} = 7 \times 30 = 210$$

$$210 + 30 = 240 \text{ pages}$$

26. எட்டு நபர்கள் சேர்ந்து ஒரு வாடகை கார் ஒன்றை அமர்த்துகிறார்கள். அதில் ஒருவர் வெளியேற்றப்படுகிறார். மீதி ஏழூபேர் உள்ளனர் என்றால் அவர்கள் ஒவ்வொருவரும் பங்குகளை பிரித்து கொள்கிறார்கள் என்றால் அவர்கள் ஒவ்வொருவருக்கும் அதிகமாகும் பங்கின் மதிப்பு என்ன?

8p – 1 Lakh – 8 Lakh

One person withdraws,

7p → 1L → 7L

மீதி 1 லட்சத்தை 7 பேருக்கு பங்கிட வேண்டும்.

$$= \frac{1}{7}$$

27. 10 இருக்கைகள் மற்றும் 4 மேசைகளின் விலை சமமாக உள்ளது. 15 இருக்கைகள் மற்றும் 2 மேசைகளின் விலை ரூபாய் 4,000. 12 இருக்கைகள் மற்றும் 3 மேசைகளின் விலை என்ன?

$$10 \text{ இருக்கைகள்} = 4 \text{ மேசைகள்}$$

$$15 \text{ இருக்கைகள்} + 2 \text{ மேசைகள்} = \text{ரூ. } 4000$$

கண்டுபிடிக்க : 12 இருக்கைகள் 3 மேசைகளின் விலை

$$10 \text{ இருக்கைகள்} = 4 \text{ மேசைகள்}$$

$$5 \text{ இருக்கைகள்} = 2 \text{ மேசைகள்}$$

$$15 \text{ இ} + 2 \text{ மே} = 4000$$

$$15 \text{ இ} + 5 \text{ இ} = 4000$$

$$20 \text{ இ} = 4000$$

$$\frac{400}{20} = 200$$

$$\text{ரூ. } 200$$

$$1 \text{ இருக்கையின் விலை}$$

$$= 200 \times 10 = 2000$$

$$2 \text{ மேசைகள்} = 5 \text{ இருக்கைகள்}$$

$$2 \text{ மேசை} = 5 \times 200$$

$$1 \text{ மேசை விலை} = 500$$

$$3 \text{ மேசை விலை} = 1500$$

$$\text{விலை} = 2400 \times 12$$

$$= 2400$$

$$12 \text{ இருக்கைகள்} + 3 \text{ மேசைகள்}$$

$$\text{விலை} = 2400 + 1500$$

$$\text{விடை} = \text{ரூ. } 3900$$

28. If $a + b + c = 13$, $a^2 + b^2 + c^2 = 69$ then find $ab + bc + ca$

$$\begin{aligned}
 a + b + c &= 13 \\
 a^2 + b^2 + c^2 &= 69 \\
 ab + bc + ca & \\
 (a + b + c)^2 &= a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca) \\
 13^2 &= 69 + 2(ab + bc + ca) \\
 169 &= 69 + 2(ab + bc + ca) \\
 169 - 69 &= 2(ab + bc + ca) \\
 100 &= 2(ab + bc + ca) \\
 \frac{100}{2} &= ab + bc + ca \\
 50 &= ab + bc + ca
 \end{aligned}$$

29. If $2 = x + \frac{1}{1 + \frac{1}{3 + \frac{1}{4}}}$

$$\begin{aligned}
 &3 + \frac{1}{4} \\
 &= \frac{12+1}{4} = \frac{13}{4} \\
 &= 1 + \frac{1}{\frac{13}{4}} \\
 &= 1 + 1 \times \frac{4}{13} \\
 &= 1 + \frac{4}{13} = \frac{13+4}{13} \\
 &= \frac{17}{13} \\
 2 &= x + \frac{1}{\frac{17}{13}}
 \end{aligned}$$

$$2 = x + 1 \times \frac{13}{17}$$

$$= x + 1 \times \frac{13}{17}$$

$$2 = \frac{17x + 13}{17}$$

$$34 = 17x + 13$$

$$34 - 13 = 17x$$

$$21 = 17x$$

$$x = \frac{21}{17}$$



சதவீதம் (PERCENTAGE)

➤ 100 ஜ பகுதியாகக் கொண்டபின்னம் சதவீதம் எனப்படும்.

➤ விகிதம்	$5 : 100$	$17 : 100$	$43 : 100$
பின்னம்	$\frac{5}{100}$	$\frac{17}{100}$	$\frac{43}{100}$
சதவிதம் 5%	17%	43%	

➤ ஒரு பின்னத்தை (அ) ஒரு தசம எண்ணை சதவீதமாக மாற்றுவதற்கு 100% ஆல் பெருக்க வேண்டும்.

1. $\frac{3}{5}$ ஜ சதவீதமாக மாற்றுக.

5 ஜ 20 ஆல் பெருக்க 100 கிடைக்கும்

$$\frac{3 \times 20}{5 \times 20} = \frac{60}{100} = 60\%$$

$$\frac{3}{5} = 60\%$$

2. $6\frac{1}{4}$ ஜ சதவீதமாக மாற்றுக.

$$6\frac{1}{4} = \frac{25}{4}$$

4 ஜ 25 ஆல் பெருக்க 100 கிடைக்கும்

$$\frac{25 \times 25}{4 \times 25} = \frac{625}{100} = 625\%$$

3. 250 மாணவர்கள் உள்ள ஒரு பள்ளியில், 55 மாணவர்கள் கூடைப்பந்தையும், 75 மாணவர்கள் கால்பந்தையும், 63 மாணவர்கள் எறிபந்தையும் மீதும் உள்ளவர்கள் கிரிக்கெட்டையும் விரும்புகின்றனர் எனில்.

(அ) கூடைப்பந்தை

(ஆ) எறிபந்தை விரும்பும் மாணவர்களின் சதவீதம் என்ன?

$$\text{மொத்த மாணவர்களின் எண்ணிக்கை} = 250$$

$$\text{அ) கூடை பந்தை விரும்பும் மாணவர்களின் எண்ணிக்கை} = 55$$

$$250\text{-ல் } 55 \text{ பேர் கூடைப்பந்தை விரும்புகின்றனர் } \frac{55}{250} \text{ எனக் குறிப்பிடலாம்.}$$

$$\text{கூடைப்பந்தை விரும்பும் மாணவர்களின் சதவீதம்} = \left(\frac{55}{250} \times 100 \right) \%$$

$$\text{ஆ) எறிபந்தை விரும்பும் மாணவர்களின் எண்ணிக்கை} = 63$$

$$250\text{-ல் } 63 \text{ பேர் எறிபந்தை விரும்புகின்றனர் என்பதனை } \frac{63}{250} \text{ எனக் குறிப்பிடலாம்.}$$

$$\text{எறிபந்தை விரும்பும் மாணவர்களின் சதவீதம்} = \left(\frac{63}{250} \times 100 \right) \%$$

$$= \frac{126}{5} \%$$

$$= 25.2\%$$

$$\text{கூடைப்பந்தை விரும்பும் மாணவர்கள்} = 22\%$$

$$\text{எறிபந்தை விரும்பும் மாணவர்கள்} = 25.2\%$$

4. 12%ஐ பின்னமாக மாற்றுக.

$$12\% = \frac{12}{100}$$

$$= \frac{3}{15}$$

5. $233\frac{1}{3}\%$ ஐ பின்னமாக மாற்றுக.

$$233\frac{1}{3}\% = \frac{700}{3}\%$$

$$= \frac{700}{3 \times 100} = \frac{7}{3}$$

$$= 2\frac{1}{3}$$

6. 1000 கிலோவில் 20% ஜி காண்க.

$$\begin{aligned} 1000 \text{ இல் } 20\% &= 1000 \text{இல் } \frac{20}{100} \\ &= \frac{20}{100} \times 1000 \\ &= 200 \text{ கி.கி.} \end{aligned}$$

7. 200 இல் $\frac{1}{2}\%$ காண்க.

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{\frac{2}{100}} \text{ of } 200 \\ &= \frac{1}{20 \times 100} \times 200 \\ &= \frac{200}{200} = 1 \end{aligned}$$

8. 40 கிலோ கிராமில் 0.75% காண்க.

$$\begin{aligned} 0.75\% &= \frac{0.75}{100} \\ 40 \text{ கிலோகிராமில் } 0.75\% &= \frac{0.75}{100} \times 40 \\ &= \frac{3}{10} = 0.3 \\ &= 0.3 \text{ கி.கி} \end{aligned}$$

9. 70 பேர் கொண்டவகுப்பில், 60% மாணவர்கள் எனில் மாணவ மாணவிகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

$$\begin{aligned} \text{மொத்த நபர்கள்} &= 70 \\ \text{மாணவர்களின் எண்ணிக்கை} &= 70 \text{ இல் } 60\% \\ &= \frac{60}{100} \times 70 \\ &= 42 \end{aligned}$$

மாணவிகளின் எண்ணிக்கை = மொத்த மாணவர்கள் – மாணவர்களின்

$$\text{எண்ணிக்கை} = 70 - 42 = 28$$

10. 2015-ல் ஒரு நகரத்தின் மக்கள் தொகை 1,50,000 அடுத்தஆண்டில், அது 10% அதிகரிக்குமானால், 2016 -ல் மக்கள் தொகையைக் காண்க.

$$2015\text{-ல் மக்கள் தொகை} = 1,50,000$$

$$\begin{aligned}\text{அதிகரிக்கும் மக்கள் தொகை} &= \frac{10}{100} \times 1,50,000 \\ &= 15,000\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}2016\text{-ல் மக்கள் தொகை} &= 150000 + 15000 \\ &= 1,65,000\end{aligned}$$

11. 2 ரூபாய் 70 பைசாவில் 15 பைசா எத்தனைசதவீதம்?

$$\begin{aligned}2 \text{ ரூபாய் } 70 \text{ பைசா} &= (2 \times 100 \text{ பைசா} + 70 \text{ பைசா}) \\ &= 200 \text{ பைசா} + 70 \text{ பைசா} \\ &= 270 \text{ பைசா} \\ \text{எனவே, தேவையானசதவீதம்} &= \frac{15}{270} \times 100 = \frac{50}{9} = 5\frac{5}{9}\%\end{aligned}$$

1. ஒருதொகையின் 12%என்பது 1080 எனில் அத்தொகையைக் காண்க.

தொகை x என்க.

$$\text{தரப்பட்டுள்ளது, அத்தொகையின் } 12\% = 1080$$

$$\begin{aligned}\frac{12}{100} \times x &= 1080 \\ x &= \frac{1080 \times 100}{12} = 9000\end{aligned}$$

$$\text{தொகை} = 9000$$

2. 25 மாணவர்களின் 72% பேர் கணிதப் பாடத்தில் திறமையானவர்கள் கணிதப் பாடத்தில் திறமையற்றோர் எத்தனைப் பேர்?

$$\text{கணிதத்தில் திறமையானவர்களின் சதவீதம்} = 72\%$$

$$\text{கணிதத்தில் திறமைமிக்கமாணவர்களின் எண்ணிக்கை} = 25 \text{ மாணவர்களில் } 72\%$$

$$= \frac{72}{100} \times 25$$

$$= 18 \text{ மாணவர்கள்}$$

$$\therefore \text{கணிதத் திறமையற்றோர் எண்ணிக்கை} = 25 - 18 = 7$$

3. 240 மையிட 15% குறைவான எண்ணைக் காண்க?

$$240 \text{ல் } 15\% = \frac{15}{200} \times 240 = 36$$

$$\therefore \text{தேவையான எண்} = 240 - 36 = 204$$

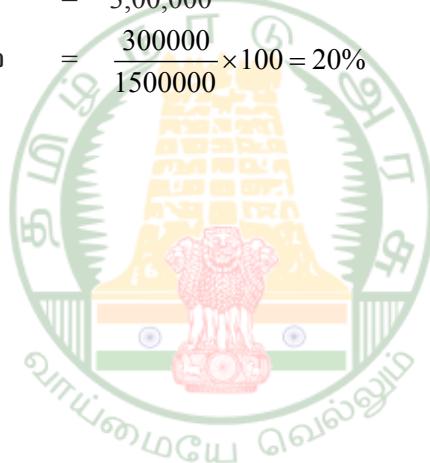
4. ஒருவீட்டின் விலை 15 இலட்சம் ரூபாயிலிருந்து 12 இலட்சம் ரூபாயகக் குறைந்தது எனில் குறைந்த சதவீதம் காணவும்.

$$\text{முதலில், வீட்டின் விலை} = 15,00,000$$

$$\text{தற்போதையவிலை} = 12,00,000$$

$$\begin{aligned} \text{விலையில் குறைவு} &= 15,00,000 - 12,00,000 \\ &= 3,00,000 \end{aligned}$$

$$\therefore \text{குறைந்த சதவீதம்} = \frac{300000}{1500000} \times 100 = 20\%$$



1. ஒரு மாணவர் தனது தேர்வில் 12 கேள்விகளுக்கு விடையளித்து அனைத்து கேள்விகளுக்கும் முழுமதிப்பெண் பெறுகிறார். மேலும் அவர் 60% மதிப்பெண் பெறுகிறார். ஒவ்வொரு கேள்விகளுக்கும் சமமான மதிப்பெண் அளிக்கப்பட்டால் தேர்வில் கேட்கப்பட்ட மொத்த வினாக்கள் எத்தனை.

$$60\% = 12 \text{ Question}$$

$$100\% = x$$

$$60x = 12 \times 100$$

$$x = 20 \text{ Question}$$

2. ஒரு தொலைக்காட்சி பெட்டியின் விலை 25% உயர்த்தப்படுகிறது. அந்த தொலைக்காட்சி பெட்டியின் விலையை பழைய விலைக்கு கொண்டுவருவதற்கு எத்தனை சதவீதம் குறைக்க வேண்டும்.

$$\frac{R}{100+R} \times 100 = \frac{25}{125} \times 100 = 20\%$$

3. ஒரு வகுப்பறையில் 100 மாணவர்கள் உள்ளனர். அவர்களில் 60% பேர் கிரிக்கெட்டும், 30 சதவீதம் கால்பந்தும், மற்றும் 10% பேர் இருவிளையாட்டுகளையும் விளையாடுகின்றனர். இந்த ஒரு விளையாட்டையும் விளையாடாத நபர்கள் எத்தனை பேர்.

கிரிக்கெட் (அ) கால்பந்து (ஆ) இரண்டும் விளையாடுபவர்களின் சதவீதம்

$$\begin{aligned} P(A \cup B) &= P(A) + P(B) - P(A \cap B) \\ &= 60 + 30 - 10 \\ &= 80\% \end{aligned}$$

எந்த விளையாட்டையும் விளையாடாதவர்கள் 20 பேர்

4. ஒரு மாணவனுக்கு தேர்வில் தேர்ச்சி பெறுவதற்கு குறைந்தபட்சம் 50% மதிப்பெண்கள் தேவை. அந்த மாணவன் 50 மதிப்பெண்கள் பெற்று 50 மதிப்பெண்களில் தோல்வி அடைகிறான். அந்த தேர்வின் அதிகப்பட்ச மதிப்பெண் எவ்வளவு?

$$50\% - 50 = 50 \text{ Marks}$$

$$50\% = 50 + 50$$

$$50\% = 100 \text{ Marks}$$

$$100\% = 200 \text{ Marks}$$

5. ஒரு நகரத்தில் உள்ள 3,00,000 மக்களில் 1,80,000 மக்கள் ஆண்கள். அந்த நகரத்தில் 50% மக்கள் படித்தவர்கள். மேலும் 70% ஆண்கள் படித்தவர்கள் எனில் படித்த பெண்கள் எத்தனை பேர்?

$$\text{மொத்த மக்கள் தொகை} = 3,00,000$$

$$\text{ஆண்கள்} = 1,80,000$$

$$\text{பெண்கள்} = 1,20,000$$

$$\begin{aligned}\text{ஆண்களில் படித்தவர்கள்} &= 1,80,000 \times \frac{70}{100} \\ &= 1,26,000\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{மொத்த மக்களில் படித்தவர்கள்} &= 3,00,000 \times \frac{50}{100} \\ &= 1,50,000\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{பெண்களில் படித்தவர்கள்} &= 1,50,000 - 1,26,000 \\ &= 24,000\end{aligned}$$

6. ஒரு தேர்வில் ஓவ்வொரு மாணவரும் இயற்பியல் அல்லது கணிதம் அல்லது இரண்டையும் தேர்வு செய்யவேண்டும். 65.8 சதவீதம் மாணவர்கள் இயற்பியலும், 59.2 சதவீதம் மாணவர்கள் கணிதத்தையும் தேர்வு செய்கின்றனர். மொத்த மாணவர்கள் 2,000 பேர் எனில் கணிதம் மற்றும் இயற்பியல் இரண்டையும் தேர்வு செய்த மாணவர்கள் எத்தனை பேர்.

கணிதம் (அ) இயற்பியல் (ஆ) இரண்டையும் தேர்வு செய்தவர்களின் சதவீதம் = 100%

$$P(A \cup B)$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$100 = 65.8 + 59.2 - P(A \cap B)$$

$$25\% = P(A \cap B) \quad (\text{இரண்டையும் தேர்வு செய்தவர்கள்})$$

$$P(A \cap B) = 2000 \times \frac{25}{100}$$

$$P(A \cap B) = 500$$

7. X மற்றும் Y மூன்றாம் எண்ணுடைய விட 20% மற்றும் 28% குறைவாக 2 என்ற எண்ணானது X என்ற எண்ணை விட எத்தனை சதவீதம் குறைவாக 2 என்று.

$$x = 80\%$$

$$y = 72\%$$

$$z = 100\%$$

$$= \frac{8}{80} \times 100 = 10\%$$

8. ஒரு கணக்கெடுப்பில் 80% பேர் கார் மற்றும் 60% பேர் கைபேசி வைத்துள்ளனர். 55% பேர் கார் மற்றும் கைபேசி வைத்துள்ளனர் எனில் கார் அல்லது கைபேசி அல்லது இரண்டையும் வைத்துள்ளவர்களின் சதவீதம் எவ்வளவு.

கார் (அ) கைபேசி (ஆ) இரண்டையும் வைத்திருப்பவர்களின் சதவிகிதம்

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= 80 + 60 - 55$$

$$P(A \cup B) = 85\%$$

9. அதிகாரி ஒருவரின் ஊதியமானது ஒவ்வொரு வருடமும் 20% உயர்த்தப்படுகிறது. அவர்களின் ஊதியம் 2001ல் ரூ. 26640 எனில் 1999 ல் அவரின் ஊதியம் என்ன?

$$= 26640 \times \frac{100}{120} \times \frac{100}{120}$$

$$= 18500$$

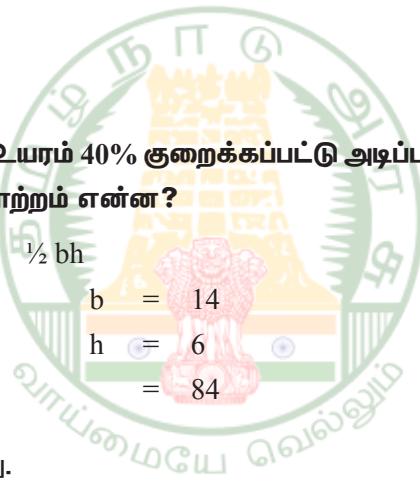
10. ஒரு முக்கோணத்தின் உயரம் 40% குறைக்கப்பட்டு அடிப்பக்கம் 40% உயர்த்தப்பட்டால் பரப்பளவில் ஏற்படும் மாற்றம் என்ன?

$$\frac{1}{2} bh$$

$$b = 10$$

$$h = 10$$

$$= 100$$



$$\frac{1}{2} bh$$

$$b = 14$$

$$h = 6$$

$$= 84$$

$$= 16\% \text{ குறைந்துள்ளது.}$$

11. மோகன் என்பவர் தனது வருமானத்தில் 40% ஜ உணவுக்காக செலவு செய்கிறார். மீதி உள்ளவற்றில் 50% ஜ போக்குவரத்திற்காக செலவு செய்கிறார். மற்றும் மீதி இருப்பதில் 30% ஜ துணிக்காக செலவிடுகிறார். கடைசியில் அவர் ரூ.630 சேகரித்தால் அவரின் மாத வருமானம் என்ன?

$$\text{மொத்த வருமானம்} = 100\%$$

$$\text{உணவு} = 40\% \quad - \quad \text{மீதி} = 60\%$$

$$\text{போக்குவரத்து} = 60 \times \frac{50}{100} = 30\% \quad - \quad \text{மீதி} = 30\%$$

$$\begin{array}{lcl} \text{துணி} & = & 30 \times \frac{30}{100} = 9\% \\ & & - \quad \text{மீதி} = 21\% \\ \text{சேமிப்பு} & 21\% & = 630 \\ & 100\% & = 3000 \end{array}$$

12. ஒரு தேர்வு எழுதும் 2000 மாணவர்களில் 900 பேர் ஆண்கள், மற்றும் மீதியிருப்பவர்கள் பெண்கள். 32% பேர் ஆண்கள், மற்றும் 38% பேர் பெண்கள் தேர்ச்சி அடைகின்றனர் எனில் தோல்வி அடைந்தவர்களின் சதவீதம் காண்க.

$\begin{array}{lcl} \text{மொத்த மாணவர்கள்} & = & 2000 \\ \\ \text{ஆண்கள்} & = & 900 \\ \text{தேர்ச்சி} & = & 32\% \\ \text{தோல்வி} & = & 68\% \\ = & 900 \times \frac{68}{100} & \\ = & 612 & \end{array}$	$\begin{array}{lcl} \text{பெண்கள்} & = & 1100 \\ \text{தேர்ச்சி} & = & 38\% \\ \text{தோல்வி} & = & 62\% \\ = & 1100 \times \frac{62}{100} & \\ = & 682 & \end{array}$
$\begin{array}{lcl} \text{மொத்த தோல்வி} & = & 1294 \\ \text{மொத்த தோல்வி சதவிகிதம்} & = & \frac{1294}{2000} \times 100 \\ & & = 64.7\% \end{array}$	

13. ஒரு பையில் A வகை பேனாக்கள் 600-ம் B வகை பேனாக்கள் 1200-ம் உள்ளது. அந்த பையில் இருந்து A வகை பேனாக்கள் 12% மற்றும் B வகை பேனாக்கள் 25% எடுக்கப்படுகிறது எனில் அந்த பையில் இருந்து எடுக்கப்பட்ட மொத்த சதவீத பேனாக்களின் சதவீதம் காண்க.

$\begin{array}{lcl} \text{மொத்த பேனாக்கள்} & = & 600 + 1200 = 1800 \\ \text{Bag A} & & \\ = & 600 \times \frac{12}{200} & \\ = & 36 & \end{array}$	$\begin{array}{lcl} & = & 600 + 1200 = 1800 \\ \text{Bag B} & & \\ = & 1200 \times \frac{25}{100} & \\ = & 300 & \end{array}$
--	---

$$= \frac{336}{1800} \times 100$$

$$\text{மொத்த எடுக்கப்பட்ட பேனாக்களின் சதவிகிதம்} = 18.6\%$$

14. ஒரு நகரத்தின் மக்கள் தொகை ஒரு பத்தாண்டில் 1,75,000ல் இருந்து 2,62,500 ஆக உயர்கிறது. ஒரு வருடத்திற்கு ஏற்படும் சராசரி அதிகரிப்பு எவ்வளவு?

$$1,72,000 - 2,62,500$$

$$10 \text{ ஆண்டில் உயர்ந்த மக்கள் தொகை} = 90,500$$

$$10 \text{ ஆண்டில் உயர்ந்த சதவிகிதம்} = \frac{90,500}{1,75,000} \times 100 \\ = 51.71\%$$

$$\text{ஒரு ஆண்டிற்கு ஏற்பட்ட சராசரி அதிகரிப்பு} = \frac{51.7}{10} \\ = 5.17\%$$

15. A-ன் வருமானம் B-ன் வருமானத்தை விட 33% அதிகமாக 2 ஸ்ரீது எனில் B-ன் வருமானம் A-ன் வருமானத்தை விட எவ்வளவு சதவீதம் குறைவாக 2 ஸ்ரீது?

$$= \frac{R}{100 + R} \times 100$$

$$= \frac{33}{133} \times 100$$

$$= 24.8 \%$$

16. ஒரு வட்டத்தின் ஆரம் 25% அதிகரிக்கப்பட்ட பின் பரப்பு அதிகரிக்கும் சதவீதம்

$$\pi r^2$$

$$\Rightarrow r = 10$$

$$= \pi \times 10 \times 10$$

$$= 100 \pi$$

$$= 56.25\% \text{ பரப்பு அதிகரித்துள்ளது}$$

$$\pi r^2$$

$$r \Rightarrow 12.5$$

$$= \pi \times 12.5 \times 12.5$$

$$= 156.25 \pi$$

17. ராஜீ ஒரு மாருதி வண்டியினை, 3 ஆண்டுகளுக்கு முன்னால் ரூ. 2 லட்சம் மதிப்பிற்கு வாங்கினார். அதன் மதிப்பு ஆண்டுக்கு 25% விழ்ச்சியடைந்தது எனில், அந்த மாருதி வண்டியின் தற்போதைய மதிப்பு என்ன?

$$= 2,00,000 \times \frac{75}{100} \times \frac{75}{100} \times \frac{75}{100}$$

$$= 84375$$

18. ரவியின் ஊதியம் 50% குறைக்கப்பட்டு பின்னர் உடனடியாக 25% உயர்த்தப்பட்டால் எத்தனை சதவிகிதம் அவர் இழந்தார்.

$$= 100 \times \frac{50}{100} \times \frac{125}{100} = 62\frac{1}{2}\%$$

$$= 100 - 62\frac{1}{2}$$

$$= 37\frac{1}{2}\% \text{ ஊதியம் அவர் இழந்துள்ளார்.}$$

19. ஒரு செவ்வகத்தின் நீளம் 10% அதிகரிக்கப்படுகிறது மற்றும் அதன் அகலம் 10% குறைக்கப்படுகிறது. எனில் புதிய செவ்வகத்தின் பரப்பளவு

$1 = 10$ $b = 10$ $= 1 \times b$ $= 100$	$1 = 11$ $b = 9$ $= 1 \times b$ $= 99$
---	---

= பரப்பு 1% குறைந்துள்ளது.

20. ஒருவரின் சம்பளம் 10% குறைக்கப்படுகிறது. பழைய சம்பளம் கிடைக்குமானால் அவரது சம்பளம்

$$= \frac{R}{100-R} \times 100$$

$$= \frac{10}{90} \times 100$$

$$= 11\frac{1}{9}\% \text{ உயர்த்தப்பட வேண்டும்.}$$

21. ஒருவர் தன்வருமானத்தில் 75% ஐ செலவு செய்கிறார். அவருடைய வருமானம் 20% அதிகரித்தபோது அவர் தன் செலவை 10% அதிகரித்தால் அவருடைய சேமிப்பு எத்தனை சதவீதம் அதிகரிக்கும்?

வருமானம் – செலவு = சேமிப்பு

$$100\% - 75\% = 25\%$$

$$120\% - 82.5\% = 37.5\%$$

சேமிப்பு = 12.5% உயர்ந்துள்ளது.

$$\begin{aligned} \text{அதிகரிப்பு சதவிகிதம்} &= \frac{12.5}{25} \times 100 \\ &= 50\% \end{aligned}$$

22. ஒரு தேர்தலில் 30% மக்கள் வேட்பாளர் A-க்கு ஓட்டளித்தவர்கள் மீதம் உள்ளவர்களில் 60% மக்கள் வேட்பாளர் B-க்கு ஓட்டளித்தவர்கள். மற்றவர்கள் யாருக்கும் ஓட்டளிக்கவில்லை. வேட்பாளர் A-க்கு ஓட்டளித்தவர்களுக்கும் ஓட்டே போடாதவர்களுக்கும் உள்ள வித்தியாசம் 1200 என்றால் இந்த தேர்தலில் ஓட்டளிக்க தகுதியுள்ள மொத்த மக்கள் எத்தனை பேர்?

மொத்த ஓட்டு $\bar{=} 100\%$

$$A\text{-க்கு ஓட்டளித்தவர்கள்} = 30\%$$

$$B\text{-க்கு ஓட்டளித்தவர்கள்} = 70 \times \frac{60}{100} \Rightarrow 42\%$$

$$\text{யாருக்கும் ஓட்டளிக்காதவர்கள்} = 28\%$$

$$A\text{-க்கு ஓட்டளித்தவர்களுக்கு} - \text{யாருக்கும் ஓட்டு போடாதவர்களுக்கும்}$$

$$\text{உள்ள வித்தியாசம்} = 1200$$

$$30\% - 28\% = 1200$$

$$2\% = 1200$$

$$100\% = 60000$$

ஓட்டளிக்க தகுதியுள்ள

மொத்த மக்கள் = 60000 பேர்

23. A-ன் வருமானம் B-ன் வருமானத்தை விட 20% குறைவாக உள்ளது எனில் B-ன் வருமானம் A-ன் வருமானத்தை விட எவ்வளவு சதவீதம் அதிகமாக உள்ளது?

$$= \frac{R}{100-R} \times 100$$

$$= \frac{20}{80} \times 100$$

$$= 25\%$$

24. ஒரு தேர்தலில், ஒரு போட்டியாளர் மொத்த சரியான ஓட்டுகள் 55% ஜ பெறுகிறார். 20% ஓட்டுகள் செல்லாதவை. மொத்த ஓட்டுகள் 7500 எனில், மற்றொரு போட்டியாளர் பெற்ற செல்லத்தக்க ஓட்டுகளின் எண்ணிக்கை எவ்வளவு?

$$\text{மொத்த ஓட்டு} = 100\% = 7500$$

$$\text{செல்லாத ஓட்டு} = 7500 \times \frac{20}{100} = 1500$$

$$\text{சரியான ஓட்டு} = 7500 - 1500 = 6000$$

மற்றொரு போட்டியாளர் பெற்ற சரியான ஓட்டு

$$= 6000 \times \frac{45}{100} = 2700$$

25. பெட்ரோலின் விலை 30% அதிகரிக்கப்பட்டால் ஒரு கார் உரிமையாளர் பழைய செலவையே தக்க வைக்க நுகர்வை எவ்வளவு குறைக்க வேண்டும்.

$$= \frac{R}{100+R} \times 100$$

$$= \frac{30}{130} \times 100$$

$$= 23\frac{1}{13}\%$$

26. ஒரு புத்தகத்தின் விலை முதலில் 25% குறைக்கப்பட்டு பின்னர் 20% அதிகரிக்கப்படுகிறது. விலையில் ஏற்படும் நிகர மாற்றம் என்ன?

$$= 100 \times \frac{75}{100} \times \frac{120}{100}$$

$$= 90$$

புத்தகத்தின் விலை 10% குறைந்துள்ளது.

பயிற்சி வினாக்கள்

1. ஒரு தொகையின் 12% 1080 எனில் அத்தொகையைக் காண்க.

அந்த தொகை 'x' என கொள்க

$$\frac{12}{100}x = 1080$$

$$x = \frac{1080 \times 100}{12} \Rightarrow x = 9000$$

2. 25 மாணவர்களில் 72% பேர் கணிதப்பாட்தில் திறமையானவர்கள். கணிதப் பாட்தில் திறமையற்றோர் எத்தனை பேர்?

மொத்த மாணவர்கள் = 25%

திறமையானவர்கள் = 72%

திறமையற்றோர் = 28%

$$= 25 \times \frac{28}{100}$$

$$= 7$$

3. 240 ஜி விட 15% குறைவான எண்ணைக் காண்க.

$$x = 240 \times \frac{85}{100}$$

$$x = 204$$

4. ஒரு வீட்டின் விலை 15 இலட்சம் ரூபாயிலிருந்து 12 இலட்சம் ரூபாயாகக் குறைந்தது எனில் குறைந்த சதவீதம் காணவும்.

$$15 \text{ இலட்சம்} - 12 \text{ இலட்சம்} = 3 \text{ இலட்சம்}$$

$$\begin{aligned}\text{குறைவு சதவீதம்} &= \frac{3}{15} \times 100 \\ &= 20\%\end{aligned}$$

5. ஒரு கூடையிலுள்ள 25 பழங்களில் 5 ஆரஞ்சுப் பழங்கள் எனில் ஆரஞ்சுப் பழங்களின் சதவீதம்

$$\begin{aligned}&= \frac{5}{25} \times 100 \\ &= 20\%\end{aligned}$$

6. ஒரு பாட்டிலில் 20 மொத்த பிஸ்கட்டுகளின் எண்ணிக்கையில் 15% பிஸ்கட்டுகள் 30 எனில், பிஸ்கட்டுகளின் மொத்த எண்ணிக்கை....

$$\begin{aligned}\frac{15}{100}x &= 30 \\ x &= 200\end{aligned}$$



7. சென்ற ஆண்டு ஒரு ஸ்கூட்டரின் விலை ₹ 34,000. இந்த ஆண்டு இதன் விலை 25% கூடுதலாகின்றது. அக்கூடுதல் தொகை....

$$\begin{aligned}&= 34000 \times \frac{25}{100} \\ &= 8500\end{aligned}$$

8. மாத வருமானம் ₹ 20,000 பெறும் நபர் ஒருவர் ஓவ்வொரு மாதமும் ₹ 3,000 ஐ சேமிப்பு செய்கின்றார் எனில், அவருடைய மாதச் சேமிப்புச் சதவீதம்.....

$$\begin{aligned}&= \frac{3000}{20000} \times 100 \\ &= 15\%\end{aligned}$$

9. ஒரு தொகையில் 3.5% என்பது ₹ 54.25 எனில், அத்தொகையைக் காண்க.

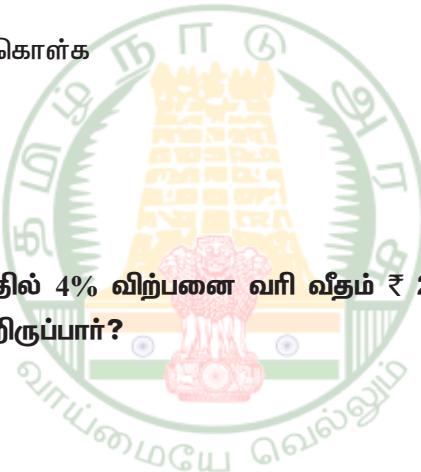
அந்த தொகை 'x' என கொள்க

$$\begin{aligned}\frac{3.5}{100}x &= 54.25 \\ x &= \frac{54.25 \times 100}{3.5} \\ x &= 1550\end{aligned}$$

10. மொத்த நேரத்தில் 60% என்பது 30 நிமிடங்களாகும் எனில், அந்த மொத்த நேரத்தைக் கணக்கிடவும்.

மொத்த நேரம் 'x' என கொள்க

$$\begin{aligned}\frac{4}{100}x &= 30 \text{ min} \\ x &= 50 \text{ min}\end{aligned}$$



11. ஒரு பொருளை விற்றுதில் 4% விற்பனை வரி வீதம் ₹ 2 வரி செலுத்தினால், அவர் என்ன விலைக்கு விற்றிருப்பார்?

$$\begin{aligned}x \times \frac{4}{100} &= 2 \\ x &= \frac{2 \times 100}{4} \\ x &= 50\end{aligned}$$

12. மீனு தன்னுடைய சம்பளத்தில் 5% ஐ அதாவது ₹ 2000 ஐ, பொழுது போக்கிற்குச் செலவிட்டால் அவருடைய சம்பளம் என்ன?

மீனு சம்பளம் 'x' என கொள்க

$$\begin{aligned}\frac{5}{100}x &= 2000 \\ x &= 40000\end{aligned}$$

13. ஒரு சூடையிலுள்ள மொத்த பழங்களில் 25% அழுகியவை. அழுகிய மாம்பழங்களின் எண்ணிக்கை 1250 எனில் மொத்தப் பழங்களின் எண்ணிக்கையைக் காண்க. மேலும் நல்ல மாம்பழங்களின் எண்ணிக்கையையும் காண்க.

$$\begin{aligned} \text{அழுகிய மாம்பழங்கள் } 25\% &= 1250 \\ \text{மொத்த மாம்பழங்கள் } 100\% &= 5000 \\ \text{நல்ல மாம்பழங்கள் } 100\% &= 5000 - 1250 \\ &= 3750 \end{aligned}$$

14. ஒரு பொம்மையின் குறித்து விலை ₹ 1200. கடைக்காரர் 15% தள்ளுபடி விலையில் கொடுத்தார் எனில், பொம்மையின் விற்பனை விலை என்ன?

$$\begin{aligned} &= 1200 \times \frac{85}{100} \\ &= 1020 \end{aligned}$$

15. ஒரு உலோகக் கலவையில் 30% தாமிரம், 40% துத்தநாகம், மீதி நிக்கல் 20 கி.கி உள்ள இந்த உலோகக் கலவையில் நிக்கலின் அளவு யாது?

$$\begin{aligned} \text{மொத்த உலோக கலவை} &= 100\% = 20\text{kg} \\ \text{தாமிரம்} &= 30\% \\ \text{துத்தநாகம்} &= 40\% \\ \text{மீதி (நிக்கல்)} &= 30\% \\ &= 20 \times \frac{30}{100} \\ &= 6\text{kg} \end{aligned}$$

16. ஊராட்சி உறுப்பினர் தேர்தலில் தாமரை மற்றும் பாண்டியன் ஆகிய இருவர் போட்டியிட்டனர். மொத்த வாக்குகளில் 44% அதாவது 11,484 வாக்குகள் பாண்டியனுக்குக் கிடைத்தன. தாமரைக்கு 36% வாக்குகள் கிடைத்தன.

- (i) இக்கிராமத்தில் பதிவான மொத்த வாக்குகளின் எண்ணிக்கை யாது?
(ii) போட்டியிட்ட இருவருக்கும் வாக்களிக்காதவர்கள் எத்தனை பேர்?

$$\begin{aligned} \text{மொத்த ஒட்டு} &= 100\% \\ \text{பாண்டியன் பெற்ற ஒட்டு (44\%)} &= 11484 \\ 1\% &= 261 \\ 100\% &= 26100 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{தாமரை பெற்ற ஒட்டு} &= 36\% \\
 \text{யாருக்கும் ஒட்டளிக்காதவர்கள்} &= 20\% \\
 &= 20 \times 261 \\
 &= 5220
 \end{aligned}$$

17. ஒருவர் தம் வருமானத்தில் 40% உணவுக்காகவும், 15% உடைக்காகவும், 20% வீட்டு வாடகைக்காகவும் செலவிடுகின்றார். மீதியைச் சேமிக்கின்றார். அவர் வருமானம் ₹ 34,400 எனில், அவர் எவ்வளவு சேமிக்கின்றார்?

$$\begin{aligned}
 \text{மொத்த வருமானம்} &= 34400 = 100\% \\
 \text{உணவு} &= 40\% \\
 \text{உடை} &= 15\% \\
 \text{வாடகை} &= 20\% \\
 &= 75\% \\
 \text{சேமிப்பு} &= 25\% \\
 &= 34400 \times \frac{25}{100} \\
 &= 8600
 \end{aligned}$$

18. ஒரு தொழிலாளி ₹ 11,250 ஊக்கத்தொகையாகப் பெறுகின்றார். இத்தொகை அவர் தம் ஆண்டு வருமானத்தில் 15% எனில், அவரின் மாத வருமானம் என்ன?

$$\text{மொத்த ஆண்டு வருமானம்} = 100\% = x$$

$$\begin{aligned}
 \frac{15\%}{100}x &= 11,250 \quad \Rightarrow \frac{11,250 \times 100}{15} = x \\
 x &= 75000 \\
 \text{மாத வருமானம்} &= \frac{75000}{12} \\
 &= 6250
 \end{aligned}$$

மீ.சி.இ. & மீ.பொ.வ (LCM & HCF)

1. 5, 15, 20, 30 ஆகிய எண்களின் மீ.பொ.ம என்ன?

$$5 | \underline{5, 15, 20, 30}$$

$$3 | \underline{1, 3, 4, 30}$$

$$2 | \underline{1, 1, 4, 30}$$

$$1, 1, 2, 1$$

$$5 \times 3 \times 2 \times 2 = 60$$

மீ.சி.ம என்பது கொடுக்கப்பட்ட எண்கள் முழுவதுமாக (அதாவது மீதியின்றி) வகுபடக்கூடிய மிகக் குறைந்த பொதுவான மடங்கு கொண்ட எண்ணாகும்.

2. 5, 15, 20, 30 ஆகிய எண்களின் மீ.பொ.வ என்ன?

$$5 | \underline{5, 15, 20, 30}$$

$$1, 3, 4, 6$$

கொடுக்கப்பட்ட எண்களின் மீ.பொ.வ = 5

மீ.பொ.வ என்பது கொடுக்கப்பட்ட அனைத்து எண்களின் மிகப்பெரிய பொதுவான வகுத்தி.

3. இரு எண்களின் HCF 12, அந்த எண்களின் LCM 180. ஒரு எண் 36 எனில், மற்றொரு எண் எது?

$$\begin{aligned} \text{மற்றொரு எண்} &= \frac{HCF \times LCM}{\text{இரு எண்}} \\ &= \frac{12 \times 180}{36} \\ &= 60 \end{aligned}$$

4. இரு எண்களின் HCF 99. அந்த இரு எண்கள் 198, 1386 ஆகும் எனில் அந்த இரு எண்களின் LCM என்ன?

$$\begin{aligned} \text{LCM} &= \frac{\text{இரு எண் களின் பெருக் கற் பலன்}}{\text{HCF}} \\ &= \frac{198 \times 1386}{99} \\ &= 2772 \end{aligned}$$

பின்ன எண்களுக்கு HCF மற்றும் LCM காணுதல்

1. கொடுக்கப்பட்ட பின்ன எண்களின் HCF
 $= \frac{\text{தொகுதி எண் களின் HCF}}{\text{பகுதி எண் களின் LCM}}$

2. கொடுக்கப்பட்ட பின்ன எண்களின் LCM
 $= \frac{\text{தொகுதி எண் களின் LCM}}{\text{பகுதி எண் களின் HCF}}$

5. கொடுக்கப்பட்ட பின்ன எண்களின் HCF ஜக் காண்க

$$\frac{8}{18}, \frac{22}{81}, \frac{10}{27}$$

தொகுதி எண்களின் HCF

$$\begin{array}{r} 2|8, 22, 10 \\ 4, 11, 5 \end{array}$$

பகுதி எண்களின் LCM

$$\begin{array}{r} 3|18, 81, 27 \\ 3|6, 27, 9 \\ 3|2, 9, 3 \\ 2, 3, 1 \end{array}$$

$$\text{HCF} = 2$$

$$\text{LCM} = 3 \times 3 \times 3 \times 2 \times 3 = 162$$

$$\text{எனவே கொடுக்கப்பட்ட பின்ன எண்களின் HCF} = \frac{1}{81}$$

6. கொடுக்கப்பட்ட பின்ன எண்களின் LCMஐக் காண்க

$$\frac{20}{105}, \frac{15}{90}, \frac{60}{75}$$

தொகுதி எண்களின் LCM

$$\underline{5|20, 15, 60}$$

$$\underline{3|4, 3, 12}$$

$$\underline{4|4, 1, 4}$$

$$1, 1, 1$$

$$5 \times 3 \times 4 = 60$$

பகுதி எண்களின் HCF

$$\underline{5|105, 90, 75}$$

$$\underline{3|21, 18, 15}$$

$$7, 6, 5$$

$$5 \times 3 = 15$$

$$\text{எனவே கொடுக்கப்பட்ட பின்ன எண்களின் } LCM = \frac{60}{15} = 4$$

7. இரு எண்களின் LCM ஆனது அந்த இரு எண்களின் HCF போல் 5 மடங்கு அதிகம். மேலும் LCM ஜியம் HCF ஜியம் கூட்டினால் 300 கிடைக்கின்றது. ஒரு எண் 125 என்றால் மற்றொரு எண் என்ன?

$$LCM = 5HCF$$

$$LCM + HCF = 300$$

$$5HCF + HCF = 300$$

$$6HCF = 300$$

$$HCF = 50$$

$$\therefore LCM = 5 \times 50 = 250$$

$$LCM = 250$$

$$\text{ஒரு எண் } x = 250$$

$$\begin{aligned} \text{மற்றொரு எண்} &= \frac{HCF \times LCM}{\text{ஒரு எண்}} \\ &= \frac{50 \times 250}{125} = 100 \end{aligned}$$

8. நான்கு கடிகாரங்கள் மணி ஒலிக்கும் நேரங்கள் முறையே 5 வினாடிகள், 10 வினாடிகள், 15 வினாடிகள், 20 வினாடிகள். இந்த நான்கு கடிகாரங்களும் சேர்ந்து ஒரே நேரத்தில் எத்தனை முறை ஒரு மணி நேரத்தில் ஒலிக்கும்?

5|5, 10, 15, 20

2|1, 2, 3, 2

1, 1, 3, 2

$$\text{LCM} = 5 \times 2 \times 3 \times 2 = 60$$

- நான்கு கடிகாரங்களும் ஒரே நேரத்தில் ஒலிக்க 60 வினாடிகள் தேவை
- 60 வினாடிகளில் 1 முறை ஒலிக்கும்
- 1 மணி நேரத்தில் (60×60 வினாடிகள்) = 60 முறைகள்

9. 290, 460 மற்றும் 552 ஆகிய எண்களை ஒரு மிகப்பெரிய எண் வகுக்கும்போது, மீதிகள் முறையே 4,5 மற்றும் 6 கிடைக்கின்றது. எனில் அந்த மிகப்பெரிய வகுக்கும் எண் எது?

$$\Rightarrow \text{HCF of } (290 - 4), (460 - 5), (552 - 6)$$

$$\Rightarrow \text{HCF of } 286, 455, 546$$

13|286, 455, 546
22, 35, 42

$$\text{மிகப்பெரிய வகுக்கம் எண்} = 13$$

1. எந்த மீப்பெரு எண்ணால் 3322 மற்றும் 3832 என்ற எண்களை வகுக்கும் போது மீதி 7 கிடைக்கும்?

$$\begin{array}{r} 3 \ 3 \ 2 \ 2 \\ \quad 7 \\ \hline 3 \ 3 \ 1 \ 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \ 8 \ 3 \ 2 \\ \quad 7 \\ \hline 3 \ 8 \ 2 \ 5 \end{array}$$

3315 மற்றும் 3825 -க்கு மீ.பொ.வ காண்க

$$\begin{array}{r}
 3315 \quad 3825 \\
 \quad 3315 \\
 \hline
 510 \quad 3315 \\
 \quad 3060 \\
 \hline
 255 \quad 510 \\
 \quad 510 \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

$$\text{மீ.பொ.வ} = 255$$

2. இரு எண்களின் மீப்பெரு பொது காரணி 12, மீச்சிறு பொது மடங்கு 144, ஒரு எண் 36 எனில் மற்றொரு எண்ணைக் காண்க.

$$x \times y = \text{மீ.பொ.வ.} \times \text{மீ.பொ.வ}$$

$$36 \times y = 12 \times 44$$

$$y = 48$$

3. 3:4:5 என்ற விகிதத்தில் உள்ள மூன்று எண்களின் மீ.சி.ம. 240 எனில் இவற்றின் மீ.பொ.வ. என்ன?

$$\text{மீ.சி.ம} = \text{விகிதங்களின் மீ.பொ.வ} \times \text{மீ.பொ.வ}$$

$$240 = 60 \times \text{மீ.பொ.வ}$$

$$4 = \text{மீ.பொ.வ}$$

4. இரு எண்களின் மீ.சி.ம ஆனது அவற்றின் மீ.பொ.வ. வின் 14 மடங்காகும். மீ.சி.ம மற்றும் மீ.பொ.வ வின் கூடுதல் 600 ஒரு எண் 280 எனில் மற்றொரு எண்ணானது.

$$\text{மீ.பொ.ம} = 14 \times \text{மீ.பொ.வ} \dots \dots \dots (1)$$

$$\text{மீ.பொ.ம} + \text{மீ.பொ.வ} = \dots \dots \dots (2)$$

$$x = 280$$

சமன்பாடு (1), (2) லிருந்து

$$14 \text{ மீ.பொ.வ} + \text{மீ.பொ.வ} = 600$$

$$15 \text{ மீ.பொ.வ} = 600$$

$$\text{மீ.பொ.வ} = 14 \times 40$$

$$= 560$$

$$\begin{array}{rcl} x \times y & = & \text{மீ.பொ.ம} \times \text{மீ.பொ.வ} \\ 280 \times y & = & 560 \times 40 \\ y & = & 80 \end{array}$$

5. ஒரே இடத்தில் துவக்கி ஒரே திசையில், A,B,C என்பவர்கள் செவ்வக வடிவ பூங்காவை சுற்றி ஓடுகின்றனர். ஒருமுறை சுற்றி வர A 252 வினாடிகளும், B 308, C 198 வினாடிகளும் எடுத்துக் கொள்கின்றனர். ஓடத் தொடங்கிய பிறகு அதே துவக்கப் புள்ளியில் இந்த மூவரும் எத்தனை வினாடிகளுக்குப் பிறகு சந்திப்பார்கள்?

$$\begin{array}{l} \begin{array}{r} 2|252, 308, 198 \\ 2|126, 154, 99 \\ 3|63, 77, 99 \\ 7|7, 77, 11 \\ 11|1, 11, 11 \\ 1, 1, 1 \end{array} \quad \text{LCM} = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 7 \times 11 \\ \qquad\qquad\qquad = 2772 \text{ வினாடி} \\ \qquad\qquad\qquad = 46 \text{ நிமிடம் } 12 \text{ வினாடி} \end{array}$$

6. ஒரு சாலையில் உள்ள போக்குவரத்து சிக்னல் விளக்கு 40 வினாடிகளுக்கு ஒரு முறை மாறுகிறது. அடுத்த சந்திப்பில் உள்ள போக்குவரத்து சிக்னல் விளக்கு 32 வினாடிகளுக்கு ஒருமுறை மாறுகிறது. இரண்டும் ஒரே நேரத்தில் மாறினால் மீண்டும் அவை இரண்டும் ஒரே நேரத்தில் மாறுவதற்கு எடுத்துக் கொள்ளும் காலம் எவ்வளவு?

$$\begin{array}{l} \begin{array}{r} 2|40, 32 \\ 2|20, 16 \\ 2|10, 8 \\ 5|5, 4 \\ 4|1, 4 \\ 1, 1 \end{array} \quad \text{LCM} = 160 \text{ வினாடி} \end{array}$$

7. மூன்று எண்களில் விகிதங்கள் $35:55:77$ அவற்றின் மீப்பெரு பொது காரணி 24 எனில் அவ்வெண்கள் யாவை?

$$\text{விகிதம்} = 35 : 55 : 77 \quad \text{மீ.பொ.வ} = 24$$

$$\begin{aligned}\text{அந்த எண்கள்} &= 35 \times 24, 55 \times 24, 77 \times 24 \\ &= 840, \quad 1320, \quad 1848\end{aligned}$$

8. $\frac{1}{3}, \frac{5}{6}, \frac{2}{9}, \frac{4}{27}$ மீ.பொ.வ காண்க

$$\begin{aligned}\text{மீ.பொ.வ} &= \frac{(1,5,2,4)}{(3,6,9,27)} \text{மீ.சி.ம} \frac{1}{54} \\ &= \frac{1}{54}\end{aligned}$$

9. இரு எண்களின் கூட்டுத்தொகை 20 மற்றும் அவற்றின் பெருக்குத் தொகை 96 எனில் அந்த இரு எண்களின் மீ.பொ.வ. காண்க.

$$\text{விகிதம்} = 20$$

$$\text{பெருக்குத் தொகை} = 96$$

20, 96 ஆகிய எண்களுக்கு HCF காண்க

$$\begin{array}{r} 4 | 20, 96 \\ 5, 24 \qquad \text{HCF} = 4 \end{array}$$

10. 2112 மற்றும் 2792 ஆகிய எண்களை எந்த மீப்பெரு எண்ணால் வகுத்தால் மீதி 4 கிடைக்கும்?

$$\begin{array}{r} 2 \ 1 \ 1 \ 2 \\ \underline{-} \ 4 \\ 2 \ 1 \ 0 \ 8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \ 7 \ 9 \ 2 \\ \underline{-} \ 4 \\ 2 \ 7 \ 8 \ 8 \end{array}$$

2108, 2788 -க்கு மீ.பொ.வ காண்க

$$\begin{array}{r} 2108 \overline{)2788} \\ 2108 \\ \hline 680 \end{array}$$

2108	2108
680	680
2040	2040
68	68
	0

$$\text{மீ.பொ.வ} = 68$$

12. எந்த மிகச்சிறிய எண்ணை 5 மற்றும் 7 ஆல் வகுக்கும்போது மீதி முறையே 4 மற்றும் 6 கிடைக்கும்?

$$\begin{array}{r} 5 \quad 7 \\ -4 \quad -6 \\ \hline 1 \quad 1 \end{array}$$

$$\text{LCM}(5, 7) = 35.$$

$$\text{அந்த எண்} = 35 - 1 = 34$$

13. 5 மணிகள் 2,4,6,8 மற்றும் 10 வினாடிகள் இடைவெளியில் ஒலிக்கிறது. அவை ஒரே நேரத்தில் ஒலிக்கத் தொடங்கினால் 20 நிமிடத்தில் எத்தனை முறை ஒன்றாக ஒலிக்கும்?

$$\begin{aligned} \text{LCM} &= 120 \text{ வினாடி} \\ &= 2 \text{ நிமிடம்} \end{aligned}$$

2 நிமிடங்களுக்கு ஒருமுறை அனைத்து மணிகளும் ஒன்றாக ஒலித்தால் அடுத்த 20 நிமிடங்களில்,

$$\begin{aligned} &= \frac{20}{2} + 1 \\ &= 10 + 1 \\ &= 11 \text{ முறை ஒன்றாக அடிக்கும்} \end{aligned}$$

14. இரண்டு பைகளில் 144கிலோ, 192கிலோ அளவுடைய தானியங்கள் நிரப்பப் பட்டுள்ளது. அவைகள் ஒரே அளவுடைய சிறிய பைகளில் நிரப்பப்பட வேண்டுமெனில் அந்தப் பையின் அதிகபட்ச எடை என்ன?

$$\begin{array}{r} 2|144, 192 \\ 2|72, 96 \\ 2|36, 48 \\ 2|18, 24 \\ 3|9, 12 \\ 3, 4 \end{array} \quad \text{HCF} = 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 48$$

15. இரு எண்களின் கூட்டுத்தொகை 187. மேலும் அவற்றின் மீ.பொ.வ. 17. இந்த நிபந்தனையைப் பூர்த்தி செய்யக்கூடிய ஜோடிகளின் எண்ணிக்கை எத்தனை?

$$\text{கூடுதல்} = 187$$

மீ.பொ.வ = 17

கூடுதல் = 187

அந்த எண்கள் 17a, 17b

$$17a + 17b = 187$$

$$a + b = 11$$

$a+b = 11$ - க்கு இணைப்பகா எண்கள் காண்க

(1, 10)

(2, 9)

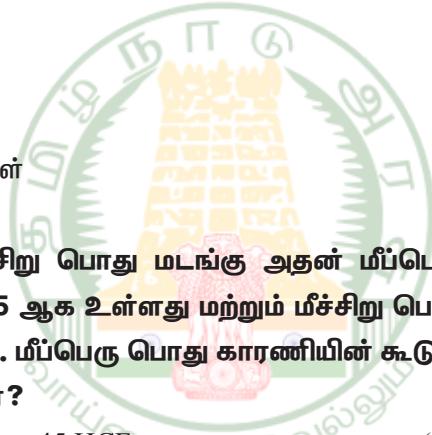
(3, 8)

(4, 7)

(5, 6)

ମାତ୍ର

മൊത்தம் = 5 റോട്ടുകൾ



16. இரு எண்களின் மீச்சிறு பொது மடங்கு அதன் மீப்பெரு பொது காரணியின் 45 மடங்கு. ஒரு எண் 125 ஆக உள்ளது மற்றும் மீச்சிறு பொது எண் 125 ஆக உள்ளது மற்றும் மீச்சிறு மடங்கு. மீப்பெரு பொது காரணியின் கூடுதல் 1150 என்று இருந்தால் மற்றொரு எண் என்ன?

$$\text{LCM} = 45 \text{ HCF} \dots \dots \dots \quad (1)$$

$$\text{LCM} + \text{HCF} = 1150 \quad \dots \quad (2)$$

$$\text{இரு எண் } x = 125$$

சமன்பாடு (1), (2) ...லிருந்து

$$45 \text{ HCF} + \text{HCF} = 1150$$

$$46 \text{ HCF} = 1150$$

HCF = 25

$$\text{LCM} = 45 \times 25 = 1125$$

$$x \times y = HCF \times LCM$$

மற்றொரு எண் y = 225

17. மூன்று நபர் ஒரு வட்ட வடிவ அரங்கத்தை ஒரே இடத்திலிருந்து ஒரே நேரத்தில் ஒரே திசையில் நடக்க ஆரம்பிக்கிறார்கள். முதலாமாவர் ஒரு முழுச்சுற்றை 120 வினாடிகளிலும், இரண்டாமாவர் 150 வினாடிகளிலும், மூன்றாமாவர் 80 வினாடிகளிலும் நிறைவு செய்கின்றனர். அப்படியானால் மூன்று பேரும் எவ்வளவு நேரம் கழித்து ஆரம்பித்த இடத்தில் சந்தித்துக் கொள்வார்கள்?

120, 150 மற்றும் 80 ஆகிய எண்களுக்கு LCM எடுக்க

$$\text{LCM} = 1200 \text{ வினாடி}$$

$$\text{LCM} = 20\text{min}$$

மூன்று பேரும் ஆரம்ப இடத்தை அடைய 20 நிமிடங்கள் ஆகும்.

18. இரு எண்களின் மீ.சி.ம, மீ.பெ.வ முறையே 84ம் 21-ம் ஆகும். அந்த இரு எண்களும் 1:4 என்ற விகிதத்திலிருந்தால் அவற்றில் மிகப்பெரிய எண்

$$\text{LCM} = 84, \quad \text{HCF} = 21$$

$$\text{விகிதம்} = 1:4$$

$$\begin{aligned}\text{அந்த எண்கள்} &= 1 \times 21, 4 \times 21 \\ &= 21, 84\end{aligned}$$

$$\text{பெரிய எண்} = 84$$

19. மூன்று எண்களின் மீ.பெ.வ 12 ஆகும். அந்த எண்கள் 1 : 2 : 3 என்ற விகிதத்தில் உள்ளது. அந்த எண்களை LCM காண்க.

$$\text{LCM} = 12, \quad \text{விகிதம்} = 1:2:3$$

$$\text{LCM} = \text{விகிதங்களின் LCM} \times \text{HCF}$$

$$\text{LCM} = 6 \times 12 = 72.$$

20. 138 மற்றும் 182 ஆகிய எண்களை எந்த மீப்பெரு எண்ணால் வகுத்தால் மீதி 3 மற்றும் 2 கிடைக்கும்.

$$\begin{array}{r} 1 \ 3 \ 8 \\ \underline{-} \ 3 \\ 1 \ 3 \ 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \ 8 \ 2 \\ \underline{-} \ 2 \\ 1 \ 8 \ 0 \end{array}$$

$$\text{HCF}(135, 180) = 45$$

21. 204, 1190, 1445 -ன் HCF காண்க

$$\begin{array}{r}
 1190 \boxed{1445} \\
 1190 \\
 \hline
 255 \boxed{1190} \\
 1020 \\
 \hline
 170 \boxed{255} \\
 170 \\
 \hline
 85 \boxed{170} \\
 170 \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

$$\text{HCF}(1190, 1445) = 85$$

$$\begin{array}{r}
 85 \boxed{204} \\
 170 \\
 \hline
 34 \boxed{85} \\
 68 \\
 \hline
 17 \boxed{34} \\
 34 \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

$$\text{HCF} = (204, 1190, 1445) = 17$$



22. மூன்று தொட்டிகளில் தண்ணீர் 135லி, 205லி, 165லி என நிரப்பட்டுள்ளது. அதிக பட்சமாக அளவிடப்படும் அந்தத் தொட்டிகளின் கொள்ளளவை காண்க.

$$5 \boxed{135, 205, 165}$$

$$27, 41, 33$$

$$\text{HCF} = 5\text{லிட்டர்}$$

23. இரு எண்கள் 5:7 என்ற விகிதத்தில் உள்ளன. அந்த இரு எண்களின் LCM 140 எனில் அந்த எண்களின் HCF-ஐ காண்க.

$$\text{LCM} = \text{விகிதங்களின் LCM} \times \text{HCF}$$

$$140 = 35 \times \text{HCF}$$

$$4 = \text{HCF}$$

24. மீ.பொ.வ. காண்க. 889, 1651

$$\begin{array}{r}
 889 \quad 1651 \\
 \boxed{889} \\
 762 \quad 889 \\
 \boxed{762} \\
 127 \quad 762 \\
 \boxed{762} \\
 0
 \end{array}$$

HCF = 127

25. மீ.பொ.வ. காண்க 876, 1679

$$\begin{array}{r}
 876 \quad 1679 \\
 \boxed{876} \\
 803 \quad 876 \\
 \boxed{803} \\
 73 \quad 803 \\
 \boxed{803} \\
 0
 \end{array}$$

HCF = 73

பயிற்சி வினாக்கள்

1. $15x^4y^3z^5, 12x^2y^7z^2$ HCF காண்க

$$\text{HCF} = 3x^2y^3z^2$$

2. $7x^2yz^4, 21x^2y^5z^3$ HCF காண்க

$$\text{HCF} = 7x^2yz^3$$

3. x^2y, x^3y HCF காண்க

$$\text{HCF} = x^2y$$

1. $x^3 y^2, xyz$ LCM காண்க

$$x^3 y^2, xyz$$

$$\text{LCM} = x^3 y^2 z$$

2. $3x^2 y^3 z, 4x^3 y^3$ LCM காண்க

$$(3x^2 y z, 4x^3 y^3)$$

$$\text{LCM} = 12x^3 y^3 z$$

4. $a^{m+1}, a^{m+2}, a^{m+3}$ LCM காண்க

$$a^{m+1}, a^{m+2}, a^{m+3}$$

$$\text{LCM} = a^{m+3}$$

5. $x^2y + xy^2, (x^2 + xy)$ LCM காண்க

$$x^2y + xy^2 = xy(x + y)$$

$$x^2 + xy = x(x + y)$$

$$\text{LCM} = xy(x + y)$$

6. $3(a - 1), 2(a - 1)^2, (a^2 - 1)$ LCM காண்க

$$= 3(a - 1)$$

$$2(a - 1)^2 = 2(a - 1)(a - 1)$$

$$(a^2 - 1) = (a + 1)(a - 1)$$

$$\text{LCM} = 6(a - 1)^2(a + 1)$$

7. இரு பல்லுறுப்புக் கோவைகளின் மீ.பொ.வ. மற்றும் மீ.பொ.ம முறையே $x + 1$ மற்றும் $x^6 - 1$ மேலும், ஒரு பல்லுறுப்புக் கோவை $x^3 + 1$ எனில், மற்றொன்றைக் காண்க.

$$x \times y = \text{HCF} \times \text{LCM}$$

$$a^6 - b^3 = (a^3 + b^3)(a^3 - b^3)$$

$$(x^3 + 1) \times y = (x + 1)(x^6 - 1)$$

$$y = \frac{(x + 1)(x^3 - 1)(x^3 + 1)}{(x^3 + 1)}$$

$$y = (x + 1)(x^3 - 1)$$

8. பின்வரும் ஒவ்வொரு ஜோடி பல்லுறுப்புக் கோவைகளின் மீ.பொ.ம. காண்க.

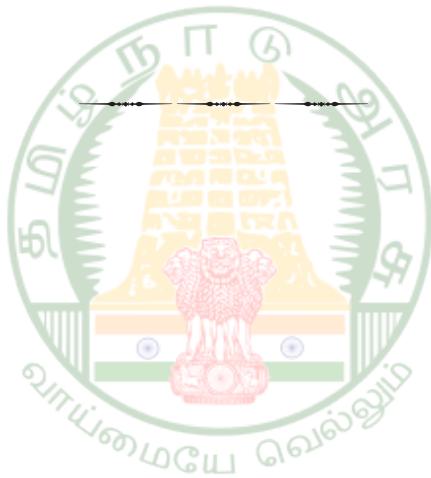
$$x^2 - 5x + 6, x^2 + 4x - 12 \text{ இவற்றின் மீ.பொ.வ. } x - 2.$$

$$x \times y = \text{HCF} \times \text{LCM}$$

$$(x^2 - 5x + 6) + (x^2 + 4x - 12) = (x - 2) \times \text{LCM}$$

$$(x - 3)(x - 2)(x + 6)(x - 2) = (x - 2) \times \text{LCM}$$

$$(x - 3)(x + 6)(x - 2) = \text{LCM}$$



விக்தம் மற்றும் விக்தாச்சாரம்

- 9 மாதத்திற்கும் , 1 வருடத்திற்கும் இடையேயான விகிதத்தைக் காண்க
 1 வருடம் = 12 மாதங்கள்
 9 மாதத்திற்கும் 12 மாதத்திற்கும் இடையேயான விகிதம் = 9:12

$$\frac{9}{12} \text{ என்பதனை } \frac{9}{12} \text{ என எழுதலாம்}$$

$$= \frac{9 \div 3}{12 \div 3} = \frac{3}{4}$$

$$= 3:4$$
- 60 மாணவர்கள் கொண்ட ஒரு வகுப்பில், மாணவ, மாணவிகளுக்கு இடையேயான விகிதம் 2:1 எனில் அவ்வகுப்பில் மாணவ, மாணவிகளின் எண்ணிக்கை யாது?
 மொத்த மாணவர்கள் = 60
 மாணவ , மாணவிகளுக்கிடையேயான உள்ள விகிதம் = 2 : 1
 மொத்த பகுதி = $2 + 1 = 3$
 மாணவர்களின் எண்ணிக்கை = $60 \text{இல் } \frac{2}{3} \text{ பங்கு}$

$$= \frac{2}{3} \times 60 = 40$$

 மாணவர்களின் எண்ணிக்கை = 40
 மாணவிகளின் எண்ணிக்கை = மொத்த மாணவர்கள் - மாணவர்களின் எண்ணிக்கை

$$= 60 - 40$$

$$= 20$$
- 24 மீநோமுள்ள ஒரு ரிப்பன் 3:2:7 என்ற விகிதத்தில் 3 துண்டுகளாக வெட்டப்படுகிறது.
 எனில் ஒவ்வொரு துண்டின் நீளம் என்ன?
 ரிப்பனின் நீளம் = 24 மீ
 மூன்று துண்டுகளின் விகிதங்கள் = 3 : 2 : 7

$$\text{மொத்த பகுதிகள்} = 3 + 2 + 7 = 12$$

$$\text{முதல் துண்டின் நீளம்} = \frac{3}{12} \times 24 = 6\text{மீ}$$

$$\text{இரண்டாம் துண்டின் நீளம்} = \frac{2}{12} \times 24 = 4\text{மீ}$$

$$\text{மூன்றாம் துண்டின் நீளம்} = \frac{7}{12} \times 24 = 14\text{மீ}$$

ரிப்பனின் மூன்று துண்டுகளின் நீளங்கள் 6மீ, 4மீ, 14 மீ ஆகும்.

4. ஒரு வகுப்பில் 20 எனில், மாணவிகளின் விகிதம் 4 : 5 மாணவர்களின் எண்ணிக்கை 20 எனில், மாணவிகளின் எண்ணிக்கை என்ன?

மாணவ, மாணவிகளின் விகிதம் 4 : 5

மாணவர்களின் எண்ணிக்கை = 20

மாணவகளின் எண்ணிக்கை = என்க

மாணவ, மாணவிகளின் எண்ணிக்கையின் விகிதம் 20 : x

4 : 5, 20 : x இரண்டும் மாணவ, மாணவிகளையே குறிக்கிறது.

எனவே 4 : 5 :: 20 : x

ஈற்றெண்களின் பெருக்குத்தொகை = $4 \times x$

இடை எண்களின் பெருக்குத்தொகை = 5×20

விகித சமத்தில், ஈற்றை

எண்களின் பெருக்குத்தொகை = இடை எண்களின் பெருக்குத்தொகை

$$4 \times x = 5 \times 20$$

$$x = \frac{5 \times 20}{4}$$

$$= 25$$

$$\text{மாணவிகளின் எண்ணிக்கை} = 25$$

5. $A:B = 4:6$, $B:C = 18:5$ எனில் $A:B:C$ யின் விகிதத்தைக் காண்க.

$$A:B = 4:6$$

$$B:C = 18:5$$

$$6,18 \text{ ஓ } \text{மீ.சி.ம} = 18$$

$$A:B = 12 : 18$$

$$B:C = 18:5$$

$$A:B:C = 12:18:5$$

மூன்று விகிதங்களை ஒப்பிட முதல் விகிதத்தின் இரண்டாவது உறுப்பையும் (பின் நிகழ் உறுப்பு), இரண்டாம் விகிதத்தின் முதல் உறுப்பையும் (முன் நிகழ் உறுப்பு) சமமாக்க வேண்டும்.

6. 16 பெண்சில்களின் விலை 48 எனில், 4 பெண்சில்களின் விலையைக் காண்க.

4 பெண்சில்களின் விலையை a எனக் கொள்வோம்

பெண்சில்களின் எண்ணிக்கை விலை

$$x$$

$$16$$

$$4$$

$$y$$

$$48$$

$$a$$

பெண்சில்களின் எண்ணிக்கை குறைந்தால் (\downarrow), அதன் விலையும் குறையும் (\downarrow) எனவே இந்த இரு அளவும் நேர் மாறலில் உள்ளன.

நேர்மாறலில், $\frac{x}{y} = \text{மாறிலி எண்பது நாம் அறிந்ததே}$

$$\frac{16}{48} = \frac{4}{a}$$

$$16 \times a = 48 \times 4$$

$$a = \frac{48 \times 4}{16} = 12$$

நான்கு பெண்சில்களின் விலை = 12

7. ஒரு மகிழுந்து 360 கிலோ மீட்டர் தூரத்தை 4 மணி நேரத்தில் கடக்கின்றது. அதே வேகத்தில் மிகமுந்து செல்லும் பொழுது, 6 மணி 30 நிமிடங்களில் எவ்வளவு தூரத்தைக் கடக்கும்.

$6\frac{1}{2}$ மணி நேரத்தில் கடந்த தூரத்தை ய என்று குறிப்பிடுவோம்

நேரம் (மணி)

பயணித்தநேரம் (கி.மீ)

$$x$$

$$y$$

$$4$$

$$360$$

$$6\frac{1}{2}$$

$$a$$

பயண நேரம் அதிகரித்தால் (↑), பயணித்த தூரமும் அதிகரிக்கும் (↑) எனவே இது நேர்மாறல்

$$\text{நேர்மாறலில், } \frac{x}{y} = \text{ மாறிலி}$$

$$\frac{4}{360} = \frac{6\frac{1}{2}}{a}$$

$$4 \times a = 360 \times 6\frac{1}{2}$$

$$4 \times a = 360 \times \frac{13}{2}$$

$$a = 585$$

$$6\frac{1}{2} \text{ மணி நேரத்தில் பயணித்த தூரம்} = 585 \text{ கி.மீ}$$

8. 7 ஆட்கள் ஒரு வேலையை 52 நாட்களில் செய்து முடிக்கின்றனர். அதே வேலையை 13 ஆட்கள் எத்தனை நாட்களில் செய்து முடிப்பார்கள்?

கண்டுபிடிக்க வேண்டிய நாட்களின் எண்ணிக்கை a என்று குறிப்பிடுவோம்.

ஆட்களின் எண்ணிக்கை நாட்களின் எண்ணிக்கை

x		y
7		52
13		a

ஆட்களின் எண்ணிக்கை அதிகரிக்கும் (↑), நாட்களின் எண்ணிக்கை குறையும் (↑) எனவே இது எதிர்மாறல்.

எதிர்மாறலில், $x/y = \text{மாறிலி}$

$$7 \times 52 = 13 \times a$$

$$a = \frac{7 \times 52}{13}$$

$$a = 28$$

எனவே, 13 ஆட்கள் இந்த வேலையை 28 நாட்களில் முடிப்பார்கள்

9. ஒவ்வொரு பக்கத்திலும் 35 வரிகளைக் கொண்ட புத்தகத்தின் மொத்த பக்கங்கள் 120. அதே செய்தி ஒவ்வொரு பக்கத்திலும் 24 வரிகளாக இருந்தால், புத்தகத்தின் மொத்த பக்கங்கள் எவ்வளவாக இருக்கும்?
- கண்டுபிடிக்க வேண்டிய பக்கங்களின் எண்ணிக்கையை a என்று குறிப்பிடுவோம்
 ஒவ்வொரு பக்கத்திலும் 35 மொத்த பக்கங்களின் எண்ணிக்கையை a என்று குறிப்பிடுவோம்
 வரிகளின் எண்ணிக்கை

35

120

24

a

இரு பக்கத்தில் வரிகளின் எண்ணிக்கை குறையும் (\downarrow), எண்ணிக்கை குறையும் (\downarrow) எனவே பொழுது புத்தகத்தில் பக்கங்களின் எண்ணிக்கை அதிகரிக்கிறது \uparrow எனவே இது எதிர்மாறல்

$$\text{எதிர்மாறலில், } x \ y = \text{மாறிலி}$$

$$3 \times 120 = a \times 24$$

$$a = \frac{35 \times 120}{24}$$

$$a = 35 \times 5$$

$$a = 175$$

இரு பக்கத்தில் 24 வரிகள் இருக்கும் பொழுது புத்தகத்தின் மொத்த பக்கங்களின் எண்ணிக்கை = 175

10. $a : b = 5 : 9$ மற்றும் $b : C = 4 : 7$ எனில் $a : b : C$ காண்க.

தீர்வு

$$a : b : c$$

$$5 : 9 : 9$$

$$4 : 4 : 7$$

$$a : b : c = \underline{\underline{20 : 36 : 63}}$$

12. $a : b = 5 : 7$ மற்றும் $b : c = 6 : 11$ எனில் $a : b : c$ காண்க:

தீர்வு

$$\begin{array}{rcl} a & : & b & : & c \\ 5 & : & 7 & : & 7 \\ 6 & : & 6 & : & 11 \\ \hline a : b : c & = & 30 & : & 42 & : & 77 \end{array}$$

13. $a : b = 3 : 4$ மற்றும் $b : c = 8 : 9$ எனில் $a : c$ காண்க:

தீர்வு

$$\begin{array}{rcl} a & : & b & : & c \\ 3 & : & 4 & : & 4 \\ 8 & : & 8 & : & 9 \\ \hline 24 & : & 32 & : & 36 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} a & : & b & : & c \\ 24 & : & 32 & : & 36 \\ a : c & = & 24 : 36 \\ a : c & = & 2 : 3 \end{array}$$

14. $A : B = 2 : 3, B : C = 4 : 5, C : D = 6 : 7$ எனில் $A : B : C : D$ காண்க:

தீர்வு

$$\begin{array}{rcl} A & : & B & : & C & : & D \\ 2 & : & 3 & : & 3 & : & 3 \\ 4 & : & 4 & : & 5 & : & 5 \\ 6 & : & 6 & : & 6 & : & 7 \\ \hline 48 & : & 72 & : & 90 & : & 105 \end{array}$$

$$A : B : C : D = 16 : 24 : 30 : 35$$

15. $A : B = 8 : 15, B : C = 5 : 8$, மற்றும் $C : D = 4 : 5$ எனில் $A : D$ - ன் மதிப்பு காண்க:

தீர்வு

$$\begin{array}{rcl} A & : & B & : & C & : & D \\ 8 & : & 15 & : & 15 & : & 15 \\ 5 & : & 5 & : & 8 & : & 8 \\ 4 & : & 4 & : & 4 & : & 5 \\ \hline 160 & : & 300 & : & 480 & : & 600 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} A & : & D \\ 160 & : & 600 \\ 4 & : & 15 = A : D \end{array}$$

16. $a = \frac{1}{3}$, $b = \frac{1}{2}$, $c = \frac{1}{4}$ எனில் $a : b : c$ காண்க:

தீர்வு

$$\begin{array}{rcl} A & : & B & : & C \\ \frac{1}{3} & : & \frac{1}{2} & : & \frac{1}{4} \end{array}$$

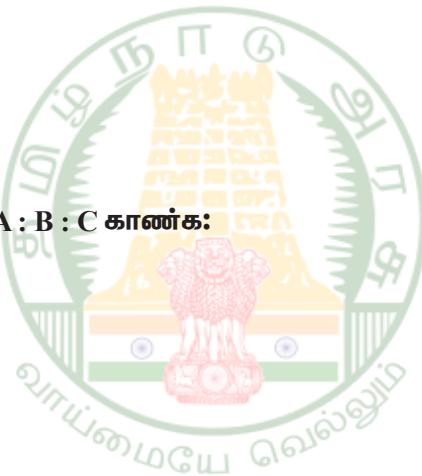
பகுதியில் இருக்கும் எண்களுக்கு (3, 2, 4) LCM காண்க

$$\begin{array}{r} 2 | 3, 2, 4 \\ \hline 3, 1, 2 \end{array}$$

$$6 \times 2 = 12$$

$$\frac{1}{3} \times 12 : \frac{1}{2} \times 12 : \frac{1}{4} \times 12$$

$$4 : 6 : 3$$



16. $2A = 3B = 4C$ எனில் $A : B : C$ காண்க:

தீர்வு

$$A : \frac{2}{3}A : \frac{1}{2}A$$

$$B = \frac{2}{3}A$$

$$C = \frac{2A}{4} = \frac{1}{2}A$$

$$1 : \frac{2}{3} : \frac{1}{2}$$

$$3, 2 \text{ மீ.சி.ம} = 6$$

$$A : B : C = 6 : 4 : 3$$

17. $\frac{a}{3} = \frac{b}{4} = \frac{c}{7}$ எனில் $\frac{a+b+c}{c}$ மதிப்பு காண்க:

தீர்வு

$$\frac{a}{3} = \frac{b}{4} = \frac{c}{7} \Rightarrow a = 3, b = 4, c = 7$$

$$\frac{a+b+c}{c} = \frac{3+4+7}{7} = \frac{14}{7} = 2$$

18. $x : y = 3 : 4$ எனில் $(4x + 5y) : (5x - 2y)$ காண்க:

தீர்வு

$x = 3, y = 4$ என பிரதியிட

$$(4(3) + 5(4)) : (5(3) - 2(4))$$

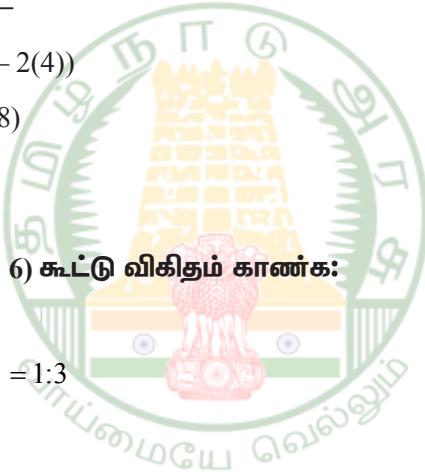
$$(12 + 20) : (15 - 8)$$

$$32 : 7$$

19. $(2 : 3), (3 : 4), (4 : 5), (5 : 6)$ கூட்டு விகிதம் காண்க:

தீர்வு

$$\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} \times \frac{5}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} = 1:3$$



20. $(2 : 3), (6 : 11)$ மற்றும் $(11 : 2)$ கூட்டு விகிதம் காண்க:

தீர்வு

$$\frac{2}{3} \times \frac{6}{11} \times \frac{11}{2} = \frac{2}{1} = 2:1$$

21. 0.08 மற்றும் 0.18 ஆகியவற்றிற்கு இடையேயுள்ள சராசரி விகிதம் காண்க:

தீர்வு

$$= \sqrt{0.08 \times 0.18}$$

$$= \sqrt{\frac{8}{100} \times \frac{18}{100}}$$

$$= \sqrt{\frac{144}{100 \times 100}}$$

$$= \frac{12}{100}$$

$$= 0.12$$

22. 4, 9, 12 ஆகியவற்றின் நான்காவது விகிதம் காண்க:

தீர்வு

$$4 : 9 : 12 : x$$

$$\frac{4}{9} = \frac{12}{x}$$

$$4x = 12 \times 9$$

$$x = 27$$



23. 5, 8, 15 ஆகியவற்றின் நான்காவது விகிதம் காண்க:

தீர்வு

$$5 : 8 : 15 : x$$

$$\frac{5}{8} = \frac{15}{x}$$

$$5x = 8 \times 15$$

$$x = 24$$

24. 16, 36 ஆகியவற்றின் மூன்றாவது விகிதம் காண்க:

தீர்வு

$$16 : 36 : 36 : x$$

$$\frac{16}{36} = \frac{36}{x}$$

$$16x = 36 \times 36$$

$$x = 81$$

25. 0.36 மற்றும் 0.48 ஆகியவற்றின் மூன்றாவது விகிதம் காண்க:

தீர்வு

$$0.36 : 0.48 : 0.48 : x$$

$$\frac{0.36}{0.48} = \frac{0.48}{x}$$

$$x = 0.64$$



26. $(x^2 - y^2)$ மற்றும் $(x - y)$ ஆகியவற்றின் மூன்றாவது விகிதம் காண்க:

தீர்வு

$$(x^2 - y^2) : (x - y) : (x - y) : x$$

$$\frac{x^2 - y^2}{(x - y)} = \frac{x - y}{x}$$

$$x = \frac{(x - y)(x - y)}{(x - y)(x + y)}$$

$$x = \frac{x - y}{x + y}$$

27. 3 : 4 என்பதன் இருபடி விகிதம் காண்க:

தீர்வு

$$\begin{aligned} 3 : 4 &= 3^2 : 4^2 \\ &= 9 : 16 \end{aligned}$$

28. 5 : 6 எண்பதன் முப்படி விகிதம் காண்க:

தீர்வு

$$\begin{aligned} 5 : 6 &= 5^3 : 6^3 \\ &= 125 : 216 \end{aligned}$$

29. 49 : 25 எண்பதன் வர்க்கமூலம் காண்க:

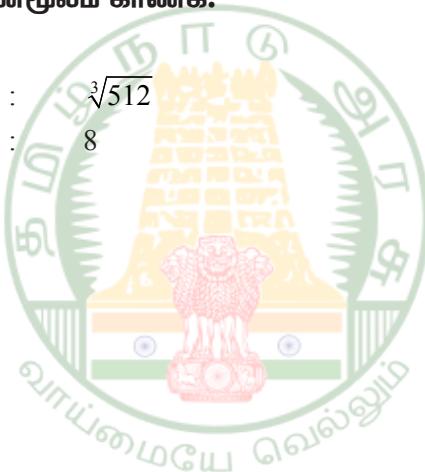
தீர்வு

$$\begin{aligned} 49 : 25 &= \sqrt{49} : \sqrt{25} \\ &= 7 : 5 \end{aligned}$$

30. 343 : 512 எண்பதன் கணமூலம் காண்க:

தீர்வு

$$\begin{aligned} 343 : 512 &= \sqrt[3]{343} : \sqrt[3]{512} \\ &= 7 : 8 \end{aligned}$$



தனிவட்டி (SIMPLE INTEREST)

$$1. \quad A = P + I$$

$$2. \quad I = \frac{Pnr}{100}$$

$$3. \quad R = \frac{100(m-1)}{N}$$

P = அசல்

n = கால அளவு (வருடங்கள்)

r = வட்டி விகிதம்

1. ரூ.3000க்கு 7% ஆண்டு வட்டியில் ஒரு வருடத்திற்கு கிடைக்கும் தனிவட்டியும், தொகையும் காண்க.

$$\text{அசல் (P)} = 3000$$

$$n = 1$$

$$r = 7\%$$

$$\begin{aligned} \text{தனிவட்டி (I)} &= \frac{Pnr}{100} \\ &= \frac{3000 \times 1 \times 7}{100} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{தொகை (A)} &= P + I \\ &= 3000 + 210 \\ &= 3210 \end{aligned}$$

2. 7,500க்கு 8% வட்டி வீதம் ஒரு வருடம் 6 மாதங்களுக்கான தனிவட்டியையும், தொகையையும் காண்க.

$$P = 7500$$

$$n = \text{ஒரு வருடம் } 6 \text{ மாதங்கள்}$$

$$= 1 \frac{6}{12} = 1 \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \text{ வருடங்கள்}$$

$$r = 8\%$$

$$\text{தனிவட்டி (I)} = \frac{Pnr}{100}$$

$$= \frac{7500 \times \frac{3}{2} \times 8}{12}$$

$$= \frac{7500 \times 3 \times 8}{2 \times 100}$$

$$= 900$$

$$\text{தொகை } P = P + I$$

$$= 7500 + 900$$

$$= 8400$$

3. 6,750க்கு 219 நாட்களுக்கு 10% வட்டி வீதம் தனிவட்டியையும், தொகையையும் காண்க.

$$P = 6750$$

$$n = 219 \text{ நாட்கள்}$$

$$= \frac{219}{365} = \frac{3}{5} \text{ வருடம்}$$

$$r = 10\%$$

$$365 \text{ நாட்கள்} = 1 \text{ வருடம்}$$

$$219 \text{ நாட்கள்} = \frac{219}{365}$$

$$= \frac{3}{5} \text{ வருடம்}$$

$$73 \text{ நாட்கள்} = \frac{73}{365}$$

$$= \frac{1}{5} \text{ வருடம்}$$

$$\begin{aligned} \text{தனிவட்டி } (I) &= \frac{Pnr}{100} \\ &= \frac{6750 \times 3 \times 10}{100 \times 5} \\ &= 405 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{தொகை } (A) &= P + I \\ &= 6750 + 405 \\ &= 7155 \end{aligned}$$

4. ராகுல் 7-6-2006 அன்று 4000 ஐ கடனாகப் பெற்று அதை 19-8-2009 அன்று திரும்ப செலுத்தினார். 5% வீதம் வட்டி கணக்கிடப்பட்டால் அவர் செலுத்திய தொகை எவ்வளவு?

$$\begin{aligned} P &= 4000 \\ r &= 5\% \\ \text{ஜூன்} &= 24 (30 - 6) \\ \text{ஜூலை} &= 31 \\ \text{ஆகஸ்டு} &= 18 \\ \text{மொத்த நாட்கள்} &= 73 \\ n &= 73 \text{ நாட்கள்} \\ &= \frac{73}{365} = \frac{1}{5} \text{ வருடம்} \\ I &= \frac{Pnr}{100} \\ &= \frac{4000 \times 1 \times 5 \times 1}{100 \times 5} \\ &= 40 \\ \text{தொகை } (A) &= P + I \\ &= 4000 + 40 \\ &= 4040 \end{aligned}$$

5. விலைப் 10000ஐ 5% வட்டி வீதத்தில் வைப்பு நிதியாக செலுத்துகிறார். எத்தனை வருடங்களில் 11,000ஐ அவர் பெறுவார்?

$$\begin{aligned}
 A &= 11,000 \\
 P &= 10,000 \\
 r &= 5\% \\
 n &= ? \\
 I &= A - P \\
 &= 11000 - 10000 \\
 I &= 1000 \\
 n &= \frac{100I}{Pr} \\
 &= \frac{100 \times 100}{10000 \times 5} \\
 n &= 2 \text{ வருடங்கள்}
 \end{aligned}$$

6. ரூ. 500-க்கு ஆண்டிற்கு 12% தனிவட்டி வீதத்தில் 2 ஆண்டிற்கு வட்டி காண்க.

$$\begin{aligned}
 P &= 100\% \\
 I &= \frac{PNR}{100} \\
 &= \frac{500 \times 2 \times 12}{100} \\
 &= 120
 \end{aligned}$$

7. ரூ. 800-க்கு ஆண்டிற்கு 10% வீதம் 292 நாட்களுக்கு தனிவட்டி காண்க.

$$\begin{aligned}
 292 \text{ நாட்கள்} &= \frac{4}{5} \\
 I &= \frac{PNR}{100} \\
 &= \frac{800 \times 10 \times \frac{4}{5}}{100} \\
 &= 64
 \end{aligned}$$

8. “கிருஷ்ணா என்பவர் ரூ. 1000-ஐ 6% வட்டி வீதத்தில் வங்கியிலும் மற்றும் ரூ.2000-ஐ 15% வட்டியில் நிதி நிறுவனத்திலும் செலுத்துகிறார். அவருடைய மொத்த தொகைக்கான மொத்த வட்டி விகிதத்தை காண்க.

$$\begin{array}{ccc} P & R & I \\ 1000 & \rightarrow & 6\% \\ & & \rightarrow & 60 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} \frac{2000}{3000} & \rightarrow & 15\% \\ & & \rightarrow & \frac{300}{360} \end{array}$$

$$R = \frac{360}{3000} \times 100 = 12\%$$

9. எத்தனை வருடங்களில் ஒரு குறிப்பிட்ட தொகையானது 10% வட்டி வீதத்தில் இரு மடங்காக மாறும்.

$$\begin{aligned} N &= \frac{100(m-1)}{R} \\ &= \frac{100(2-1)}{10} \\ N &= 10 \text{ வருடங்கள்} \end{aligned}$$

10. ஒரு குறிப்பிட்ட தொகையானது 5 வருடங்களில் தனிவட்டி வீதத்தில் இரு மடங்காக மாறுகிறது எனில் வட்டி விகிதத்தை காண்க.

$$\begin{aligned} R &= \frac{100(m-1)}{N} \\ &= \frac{100(2-1)}{5} \\ R &= 20\% \end{aligned}$$

11. எந்த தொகையானது தனிவட்டியில் 2 ஆண்டுகளில் 10% ஆண்டு வட்டியில் ரூ.4800 ஆக மாறும்?

$$\begin{aligned}
 P + I &= A \\
 100\% + 20\% &= 4800 \\
 120\% &\quad = 4800 \\
 100\% &\quad = x \\
 120x &= 100 \times 4800 \\
 x &= 4000
 \end{aligned}$$

12. ஒரு குறிப்பிட்ட தொகையானது தனி வட்டியில் ஆண்டு வட்டி விகிதத்தில் இரு மடங்காக மாறுகிறது. அதே தொகை நான்கு மடங்காக ஆவதற்கு தேவைப்படும் வட்டி விகிதம்

$$\begin{aligned}
 \frac{100}{5} &= \frac{300}{x} \\
 x &= 15\%
 \end{aligned}$$

13. ஒரு குறிப்பிட்ட தொகையானது 7 ஆண்டுகளில் இரு மடங்காக மாறுகிறது எனில் அதே தொகை மூன்று மடங்காக மாற எடுத்துக் கொள்ளும் காலம்

$$\begin{aligned}
 \frac{100}{7} &= \frac{200}{x} \\
 x &= 14 \text{ வருடங்கள்}
 \end{aligned}$$

14. ஒரு நபர் இரு வெவ்வேறு வங்கிகளில் இருந்து கடனாக தலா 1000 ரூபாயை 2 ஆண்டுகளுக்கு கடனாக பெற்றுள்ளார். அவ்வாறு பெறப்படும் தனிவட்டி தொகைளுக்கு இடையோன வேறுபாடு ரூ.50 எனில் வட்டி விகிதங்களுக்கு இடையோன வேறுபாடு எவ்வளவு?

$$\begin{aligned}
 I &= \frac{PNR}{100} \\
 50 &= \frac{1000 \times 2 \times R}{100} \\
 2.5\% &= R
 \end{aligned}$$

15. ஒரு குறிப்பிட்ட வட்டி விகிதத்தில் தனிவட்டியில் ரூ. 1000 ஆனது ரூ.1400 ஆக 4 ஆண்டுகளில் மாறுகிறது எனில் வட்டி விகிதத்தை 2% அதிகரித்திருந்தால் அந்த தொகை 4 ஆண்டுகளுக்கு பிறகு என்னவாக இருக்கும்.

$$1000 - 1400$$

$$R = 2\% \text{ உயர்வு}$$

நான் கு வருடத்திற்கு ஏற்றப்படும் வட்டி விகிதம் = $2\% \times 4 = 8\%$

$$1000 \times \frac{8}{100} = 80$$

$$1000 \rightarrow 1400 + 80 = 1480$$

16. ரூ. 1000 என்ற தொகையானது இருபகுதிகளாக பிரித்து முதலீடு செய்யப்படுகிறது. முதல் பகுதியை 10% தனிவட்டி வீதத்திற்கு, 2வது பகுதியை 20% தனிவட்டி வீதத்திற்கு முதலீடு செய்கிறார். இறுதியில் அவருக்கு கிடைத்த மொத்த வட்டி ரூ. 140 எனில் அவர் 10% வட்டி வீதத்தில் முதலீடு செய்த தொகை எவ்வளவு

$$P = x$$

$$P = 1000 - x$$

$$R = 10\%$$

$$R = 20\%$$

$$N = 1$$

$$N = 1$$

$$I = 140$$

$$\frac{PNR}{100} + \frac{PNR}{100} = I$$

$$\frac{x+10 \times 10}{100} + \frac{(1000-x) \times 20}{100} = 140$$

$$10x + 2000 - 20x = 14000$$

$$x = 60g$$

$$10\% - \text{ல் முதலீடு செய்த தொகை} = 600$$

எனிய முறை:

$$\begin{pmatrix} 10\% & 20\% \\ & 14\% \\ 6 & : & 4 \\ 600 & & 400 \end{pmatrix}$$

$$\frac{140}{1000} \times 100 = 14\%$$

$$10\% \text{ ல் முதலீடு செய்த தொகை} = 600$$

17. ஒரு தொகையானது தனிவட்டியில் 2ஆண்டுகளில் ரூ. 702 ஆகவும் மூன்று ஆண்டுகளில் ரூ.783 ஆக மாறுகிறது. வட்டி விகிதத்தை காண்க.

$$\begin{array}{ccc} 2 & & 3 \\ \swarrow & & \searrow \\ 702 & & 783 \\ & & \\ & 81 - \text{ ஒரு வருட வட்டி} & \end{array}$$

$$2 \times 81 = 162$$

$$P = 702 - 162$$

$$P = 540$$

$$R = \frac{81}{540} \times 100 = 15\%$$

18. ஒரு தொகையானது தனிவட்டியில் ஒரு குறிப்பிட்ட வட்டி விகிதத்தில் 3 ஆண்டுகளுக்கு முதலிடு செய்யப்படுகிறது. வட்டி விகிதத்தை 2% அதிகரிக்கும் பொழுது வட்டியானது ரூ.300 அதிகமாக கிடைக்கிறது. அந்த தொகையை காண்க.

$$I = \frac{PNR}{100}$$

$$300 = \frac{P \times 3 \times 2}{100}$$

$$P = 5000$$

19. ஒருவர் தனது முதலிட்டில் $\frac{1}{2}$ பகுதியை 8% வட்டி விகிதத்திற்கும், $\frac{1}{4}$ பகுதியை 6% வட்டி விகிதத்திற்கும், மீதியை 8% வட்டி விகிதத்திற்கும் முதலிடு செய்கிறார். ஆண்டு இறுதியில் அவருக்கு கிடைத்த மொத்த வட்டி ரூ.660 எனில் அவர் முதலிடு செய்த தொகை

$$\text{முழு தொகை} = P$$

$$\frac{1}{2}P - 8\%$$

$$\frac{1}{4}P - 6\%$$

$$\frac{1}{4}P - 8\%$$

$$\frac{PNR}{100} + \frac{PNR}{100} + \frac{PNR}{100} = I$$

$$\frac{\frac{1}{2}P \times 8}{100} + \frac{\frac{1}{4}P \times 6}{100} + \frac{\frac{1}{4}P \times 8}{100} = 660$$

$$4P + \frac{3}{2}P + 2P = 660 \times 100$$

$$15P = 600 \times 100 \times 2$$

$$P = 8800$$

20. எந்த தொகையானது தனிவட்டியில் 10% வட்டி விகிதத்தில் நாளோன்றுக்கு ரூ.10ஜ வட்டியாக கொடுக்கும்

ஒரு நாள் வட்டி	=	10
ஒரு வருட வட்டி	=	365
வட்டி வீதம்	=	10%
10%	=	365
100%	=	3650
அந்த தொகை	=	3650

21. சனில் எண்பவர் ஒரு தொகையை முதல் 2 ஆண்டுகளுக்கு ஆண்டுக்கு 10% வட்டி வீதத்திலும் அடுத்த 2 ஆண்டுகளுக்கு 12% சதவீகித வட்டி விகிதத்திலும், 4 ஆண்டுகளுக்கு அப்பாற்பட்ட காலத்திற்கு ஆண்டுக்கு 14% வட்டி விகிதத்திலும் கடனாக பெற்றார். 7 ஆண்டுகள் முடிவில் அவரால் செலுத்தப்பட்ட வட்டியில் மொத்த கூட்டுத்தொகை 8600 ரூபாய் எனில் அவர் கடனாக பெற்ற தொகை எவ்வளவு?

$$\frac{PNR}{100} + \frac{PNR}{100} + \frac{PNR}{100} = I$$

$$P \times 2 \times 10 + 2 \times P \times 12 + P \times 3 \times 14 = 8600 \times 100$$

$$86P = 8600 \times 100$$

$$P = 10000$$

22. ஒருவர் ரூ.15000ஐ 12% ஆண்டு வட்டியிலும் மற்றும் இன்னொறு தொகையை 15% ஆண்டு வட்டியிலும் இரண்டு ஆண்டுகளுக்கு கடனாக பெற்றார். அவர் திருப்பி செலுத்திய மொத்த வட்டி ரூ.9000 எனில் அவர் பெற்ற மொத்த தொகை எவ்வளவு.

$$\frac{PNR}{100} + \frac{PNR}{100} + \frac{PNR}{100} = I$$

$$\frac{15000 \times 2 \times 12}{100} + \frac{P \times 2 \times 15}{100} = 9000$$

$$3,60,000 + 30P = 9,00,000$$

$$30P = 5,40,000$$

$$P = 18,000$$

$$\text{மொத்த தொகை} = 15000 + 18000 = 33,000$$

23. ஒரு குறிப்பிட்ட தொகையின் தனிவட்டியானது அந்த தொகைக்கு சமமாகவும், ஆண்டுகளானது வட்டி விகிதத்திற்கு சமமாகவும் இருந்தால் வட்டி விகிதத்தை காண்க.

$$I = P$$

$$N = R$$

$$I = \frac{PNR}{100}$$

$$P = \frac{P \times R \times R}{100}$$

$$100 = R^2$$

$$R = 10\%$$

24. ஆண்டொன்றுக்கு 12% சதவிகித தனிவட்டி விகிதத்தில் 3 ஆண்டுகளில் கடனாக பெறப்பட்டுள்ள 1092 ரூபாய் முழுமையாக திருப்பிச் செலுத்தப்பட வேண்டுமெனில் ஆண்டொன்றுக்கு திருப்பிச் செலுத்தப்பட வேண்டிய தொகை எவ்வளவு?

$$\begin{aligned}
 \text{ஆண்டொன்றுக்கு செலுத்தப்பட வேண்டிய தொகை} &= 100\% \\
 \text{முதல் வருடம்} &= 100\% \\
 2-\text{வது வருடம்} &= 100 + 12 = 112\% \\
 3-\text{வது வருடம்} &= 112 + 12 = 124\% \\
 100\% + 112\% + 124\% &= 1092 \\
 336\% &= 1092 \\
 100\% &= x \\
 x &= 325
 \end{aligned}$$

25. ரூ.7500 க்கு 8% வட்டி வீதம் ஒரு வருடம் 6 மாதங்களுக்கான தனி வட்டியையும் தொகையையும் காண்க.

$$\begin{aligned}
 I &= \frac{PNR}{100} \\
 &= \frac{7500 \times \frac{3}{2} \times 8}{100} \\
 I &= 900 \\
 A = P + I &= 7500 + 900 = 8400
 \end{aligned}$$

26. ரூ. 6750 க்கு 219 நாட்களுக்கு 10% வட்டி வீதம் தனிவட்டியையும், தொகையையும் காண்க.

$$\begin{aligned}
 219 \text{ நாட்கள்} &= \frac{3}{5} \\
 I &= \frac{PNR}{100} = \frac{6750 \times \frac{3}{5} \times 10}{100} = 405 \\
 A &= P \times I = 6750 + 405 = 7155
 \end{aligned}$$

27. ஒரு குறிப்பிட்ட தொகையானது 8% வட்டி வீதத்தில் 5 ஆண்டுகளில் ரூ.10080 ஆகிறது எனில் அசலைக் காண்க.

$$\begin{aligned}
 P + I &= A \\
 100\% + 40\% &= 10080 \\
 40\% &= 10080 \\
 1\% &= \frac{10080}{140} = 72 \\
 P &= 100\% = 7200
 \end{aligned}$$

28. ஒரு குறிப்பிட்ட அசலானது 6 ஆண்டுகளில் ரூ. 8880 ஆகவும் 4 ஆண்டுகளில் ரூ. 7920 ஆகவும் மாறுகிறது எனில் அசல் மற்றும் வட்டி வீதத்தை காண்க.



$$\begin{aligned}
 &\begin{array}{ccc} 4 & & 6 \\ 7920 & & 8880 \end{array} \\
 &\text{960 - 2 வருட வட்டி} \\
 &= \frac{960}{2} \\
 I &= 480 \text{ (ஒரு வருட வட்டி)} \\
 &= 480 \times 4 \\
 &= 1920 \\
 P &= 7920 - 1920 = 6000 \\
 R &= \frac{480}{6000} \times 100 = 8\%
 \end{aligned}$$

29. ரூ. 1,200 க்கு 12½% வட்டி வீதம் 3 ஆண்டுகளில் பெறப்படும் தனிவட்டியையும் தொகையையும் காண்க.

$$\begin{aligned} I &= \frac{PNR}{100} \\ &= \frac{1200 \times \frac{25}{2} \times 3}{100} \\ &= 150 \end{aligned}$$

$$A = P + I = 1200 + 150 = 1350$$

30. ஆண்டிற்கு 10% வீதம் வட்டி தரும் ஒரு வங்கியில் லோகேஷ் ரூ. 10,000 வைப்பு நிதியாக செலுத்தினார். அத்தொகையை 2 அண்டு 3 மாதங்களுக்குப் பிறகு அவர் திரும்பப் பெறுகிறார். அவர் பெற்ற வட்டியைக் காண்க.

$$\begin{aligned} P &= 10000 \\ R &= 10\% \\ N &= 2 \text{ வருடங்கள் } 3 \text{ மாதம்} = 2\frac{1}{4} = \frac{9}{4} \text{ வருடம்} \\ I &= \frac{PNR}{100} = \frac{10000 \times \frac{9}{4} \times 10}{100} \\ &= 250 \times 9 \Rightarrow 2250 \end{aligned}$$

31. ரூ. 2,500 ஐ 13% ஆண்டு வட்டி வீதம் வைப்பு நிதியாக செலுத்தினால், 146 நாட்களில் பெறும் தொகையைக் காண்க.

$$\begin{aligned} 146 \text{ நாட்கள்} &= \frac{2}{5} \\ I &= \frac{PNR}{100} = \frac{2500 \times 13 \times \frac{2}{5}}{100} = 100 \\ A &= P + I = 2500 + 130 = 2630 \end{aligned}$$

32. ரூ. 12,000 க்கு 9% ஆண்டு வட்டிவீதம் 21 மே 1999 லிருந்து 2 ஆகஸ்டு 1999 வரை கிடைக்கும் தனிவட்டியையும், தொகையையும் காண்க.

$$\text{மே} = 10 \text{ நாட்கள்}$$

$$\text{ஐன்} = 30 \text{ நாட்கள்}$$

$$\text{ஐலை} = 31 \text{ நாட்கள்}$$

$$\text{ஆகஸ்டு} = 2 \text{ நாட்கள்}$$

$$N = 73 \text{ நாட்கள்} = \frac{1}{5}$$

$$I = \frac{PNR}{100} = \frac{12000 \times 9 \times \frac{1}{5}}{100} = 216$$

$$A = P + I = 12000 + 216 = 12216$$

33. சுத்யா ரூ. 6,000 ஜி ஒரு வங்கியில் செலுத்தி 5 ஆண்டுகளின் முடிவில் ரூ. 7500 ஜி பெற்றார். எனில், வட்டி வீதத்தைக் காண்க.

$$A = 7500$$

$$P = 6000$$

$$N = 5$$

$$R = ?$$

$$I = 1500$$

$$I = \frac{PNR}{100}$$

$$1500 = \frac{600 \times 5 \times R}{100}$$

$$20\% = R$$

34. எத்தனை ஆண்டுகளில் 8% வட்டி வீதத்தில் ரூ. 5,000 மானது ரூ. 5,800 ஆக மாறும்?

$$A = 5800$$

$$P = 5000$$

$$R = 8\%$$

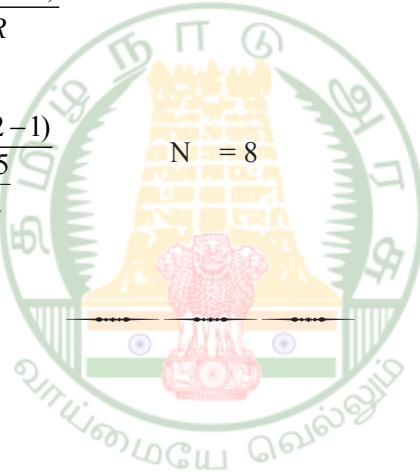
$$N = ?$$

$$I = 800$$

$$\begin{aligned}
 I &= \frac{PNR}{100} \\
 800 &= \frac{5000 \times 5 \times 8}{100} \\
 800 &= 50 \times 5 \times 8 \\
 N &= 2
 \end{aligned}$$

35. ஒரு தொகையானது $12\frac{1}{2}\%$ ஆண்டு வட்டி வீதத்தில் ஒரு குறிப்பிட்ட ஆண்டுகளில் இரட்டிப்பாகிறது. ஆண்டுகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

$$\begin{aligned}
 N &= \frac{100(m-1)}{R} \\
 M &= 2 \\
 &= \frac{100(2-1)}{\frac{25}{2}} \\
 &= 8
 \end{aligned}$$



சமீப வயிழ (COMPOUND INTEREST)

வகை 1 : ஆண்டுக்கு ஒரு முறை கணக்கிடல்

$$\text{சூட்டுத்தொகை } A = P \left[1 + \left(\frac{r}{100} \right) \right]^n$$

$$\text{சூட்டு வட்டி} = A - P$$

வகை 2 : அந்தாண்டுக்கு ஒரு முறை கணக்கிடல்

$$\text{சூட்டுத்தொகை } A = P \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{r}{100} \right) \right]^{2n}$$

$$\text{சூட்டு வட்டி} = A - P$$

வகை 3: கால் ஆண்டுக்கு ஒரு முறை கணக்கிடல்

$$\text{சூட்டுத்தொகை } A = P \left[1 + \frac{1}{4} \left(\frac{r}{100} \right) \right]^{4n}$$

வகை 4 : காலம் ஆண்டுகளின் பின்னமாக அமைதல்

உதாரணமாக சூட்டு வட்டி வீதம் ஆண்டொன்றுக்கு $r\%$, அசல் P , காலம் 5 வருடங்கள் என்க

$$\text{சூட்டுத்தொகை } A = P \left[1 + \left(\frac{r}{100} \right)^5 \right] \left[1 + \frac{1}{4} \left(\frac{r}{100} \right) \right]$$

\downarrow
 5 ஆண்டுகள்

\downarrow
 $\frac{1}{4} \text{ ஆண்டுகள்}$

1. ஆண்டுக்கு ஒரு முறை வட்டி காணும் முறையில் 15,625க்கு ஆண்டு வட்டி 8% வீதும் எனில் 3 ஆண்டுகளுக்குக் கூட்டு வட்டி காணவும்

$$\begin{aligned}
 A &= P \left[1 + \left(\frac{r}{100} \right) \right]^n \\
 &= 15625 \left[1 + \left(\frac{8}{100} \right) \right]^3 \\
 &= 15625 \left[1 + \left(\frac{2}{25} \right) \right]^3 \\
 &= 15625 \left(\frac{27}{25} \right)^3 \\
 &= 19,683 \\
 \text{கூட்டு வட்டி} &= A - P \\
 &= 19,683 - 15,625 \\
 &= 4058
 \end{aligned}$$

2. அரை ஆண்டுக்கு ஒரு முறை வட்டி அசலுடன் சேர்க்கப்பட்டால் 1000க்கு ஆண்டு வட்டி வீதும் 10% வீதுப்படி, 18 மாதங்களுக்குக் கூட்டு வட்டி காணவும்

$$P = 1000, r = 10\%$$

$$n = 18 \text{ மாதங்கள்} = \frac{18}{12} \text{ வருடங்கள்} = \frac{3}{2} \text{ வருடங்கள்}$$

$$\begin{aligned}
 A &= P \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{r}{100} \right) \right]^{2n} \\
 &= 1000 \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{10}{100} \right) \right]^{2 \times \frac{3}{2}} \\
 &= 1000 \left[1 + \frac{1}{20} \right]^3 \\
 &= 1000 \left[\frac{21}{20} \right]^3 \\
 &= 1157.625 \\
 \text{கூட்டு வட்டி} &= A - P \\
 &= 1157.625 - 1000 \\
 &= 157.63
 \end{aligned}$$

3. 20,000க்கு 15% ஆண்டு வட்டி வீதத்திற்கு $2 \frac{1}{3}$ ஆண்டுகளுக்கு கூட்டு வட்டியைக் காண்க.

$$\begin{aligned}
 P &= 20000, r = 15\%, n = 2 \frac{1}{3} \text{ ஆண்டுகள்} \\
 A &= P \left(1 + \frac{r}{100}\right)^n \left(1 + \frac{1}{3} \left(\frac{r}{100}\right)\right) \\
 &= 20000 \left(1 + \frac{15}{100}\right)^2 \left(1 + \frac{1}{3} \left(\frac{15}{100}\right)\right) \\
 &= 20000 \left(1 + \frac{3}{20}\right)^2 \left(1 + \frac{1}{20}\right) \\
 &= 20000 \left(\frac{23}{20}\right)^3 \left(\frac{21}{20}\right) \\
 &= 27,772.50 \\
 \text{கூட்டு வட்டி} &= A - P \\
 &= 27,772.50 - 20,000 \\
 &= 7772.50
 \end{aligned}$$

4. 640 ஆனது இரண்டு ஆண்டுகளில் கூட்டுத்தொகை 774.40 ஆகும். கூட்டு வட்டி வீதம் காண்க. (வட்டி ஆண்டிற்கு ஒரு முறை அசலுடன் சேருகின்றது)

$$P = 640, A = 774.40, n = 2 \text{ ஆண்டுகள்}, r = ?$$

$$\begin{aligned}
 A &= P \left(1 + \frac{r}{100}\right)^n \\
 774.40 &= 640 \left(1 + \frac{r}{100}\right)^2 \\
 \frac{774.40}{640} &= \left(1 + \frac{r}{100}\right)^2 \\
 \frac{77740}{64000} &= \left(1 + \frac{r}{100}\right)^2 \\
 \frac{121}{100} &= \left(1 + \frac{r}{100}\right)^2
 \end{aligned}$$

$$\left(\frac{11}{10}\right)^2 = \left(1 + \frac{r}{100}\right)^2$$

$$\left(\frac{11}{10}\right) = \left(1 + \frac{r}{100}\right)$$

$$\frac{r}{100} = \frac{11}{10} - 1$$

$$\frac{r}{100} = \frac{1}{10}$$

$$r = 10\%$$

சூட்டு வட்டி வீதம் ஆண்டொன்றுக்கு 20%

5. 1600 ஆனது 5% ஆண்டு சூட்டு வட்டி வீதம் கொண்டு எத்தனை ஆண்டுகளில் 1852 . 20 ஆகும்

$$P = 1600, A = 1852.20, r = 5\%, n = ?$$

$$A = P \left(1 + \frac{r}{100}\right)^n$$

$$1852.20 = 1600 \left(1 + \frac{5}{100}\right)^n$$

$$\frac{1852.20}{1600} = \left(\frac{105}{100}\right)^n$$

$$\frac{185220}{160000} = \left(\frac{21}{20}\right)^n$$

$$\frac{9261}{8000} = \left(\frac{21}{20}\right)^n$$

$$\left(\frac{21}{20}\right)^3 = \left(\frac{21}{20}\right)^n$$

$$n = 3 \text{ ஆண்டுகள்}$$

சூட்டு வட்டிக்கும் தனி வட்டிக்கும் உள்ள வித்தியாசம்

அசல் P க்கு $r\%$ வட்டிவீதம் எனில் இரண்டு ஆண்டுகளுக்குக் கூட்டு வட்டிக்கும் தனிவட்டிக்கும் உள்ள வித்தியாசம் $= P \left(\frac{r}{100} \right)^2$

1. 8000க்கு 10% வட்டி வீதம் எனில், இரண்டு ஆண்டுகளில் கிடைக்கும் சூட்டு வட்டிக்கும் தனிவட்டிக்கும் உள்ள வித்தியாசத்தைக் காண்க.

$$P = 8000, n = 2 \text{ஆண்டுகள்}, r = 10\% \text{ (ஆண்டொன்றுக்கு)}$$

இரண்டு ஆண்டுக்குக் கூட்டு வட்டிக்கும்

$$\text{தனி வட்டிக்கும் உள்ள வித்தியாசம்} = P \left(\frac{r}{100} \right)^2$$

$$= 8000 \left(\frac{10}{100} \right)^2$$

$$= 8000 = \left(\frac{10}{100} \right)^2$$

$$= 8000 \times \left(\frac{1}{10} \right)^2$$

$$= 80$$

1. ரூ. 15625-க்கு ஆண்டு வட்டி 8% வீதும் எனில், 3 ஆண்டுகளுக்கு கூட்டு வட்டி காணவும்.

$$\begin{array}{rcl}
 & & \text{I} \\
 15625 & \Rightarrow & 8\% \Rightarrow 1250 - \text{முதல் வருடம்} \\
 & & 1350 - 2\text{வது வருடம்} \\
 & & 1458 - 3\text{வது வருடம்} \\
 \text{I} = & 4058
 \end{array}$$

2. இராம்லால் என்பவர் ரூ.8000 ஜி 15% கூட்டு வட்டி தரும் ஒரு நிதிநிறுவனத்தில் முதலீடு செய்தார் எனில்லை மூன்று ஆண்டுகளில் அவருக்கு கிடைக்கும் வட்டித்தொகை எவ்வளவு?

$$\begin{array}{rcl}
 & & \text{I} \\
 8000 & \Rightarrow & 15\% \Rightarrow 1200 - \text{முதல் வருடம்} \\
 & & 1380 - 2\text{வது வருடம்} \\
 & & 1587 - 3\text{வது வருடம்} \\
 \text{I} = & 4167
 \end{array}$$

3. ரூ. 20000-க்கு 15% ஆண்டு கூட்டு வட்டி வீதத்திற்கு $2\frac{1}{3}$ ஆண்டுகளுக்கு கூட்டு வட்டியை காண்க.

$$\begin{array}{rcl}
 & & \text{I} \\
 20000 & \Rightarrow & 15\% \Rightarrow 3000 - \text{முதல் வருடம்} \\
 & & 3450 - 2\text{வது வருடம்} \\
 & & 3967.5 - 3\text{வது வருடம்} \\
 3 \text{ வருட வட்டியை } \frac{1}{3} \text{ ஆல் பெருக்க } \Rightarrow & 3967.5 \times \frac{1}{3} \\
 & & = 1322.5 \\
 2\frac{1}{3} \text{ ஆண்டுக்கான வட்டி} & = 3000 + 3450 + 1322.5 \\
 & & = 7772.5
 \end{array}$$

4. ரூ.4000-க்கு ஆண்டு வட்டி 10% வீதம் எனில் 2 ஆண்டுகளுக்கு கூட்டு வட்டி காண்க.

$$\begin{array}{rcl}
 & & \text{I} \\
 4000 & \Rightarrow & 10\% \Rightarrow 400 - \text{முதல் வருடம்} \\
 & & 440 - 2\text{வது வருடம்} \\
 \text{I} = & 840
 \end{array}$$

5. ரூ. 18000- க்கு ஆண்டு வட்டி 10% வீதம் எனில் $2\frac{1}{2}$ ஆண்டுகளுக்கு கூட்டு வட்டி காண்க

$$\begin{array}{rcl}
 & & \text{I} \\
 18000 & \Rightarrow & 10\% \Rightarrow 1800 - \text{முதல் வருடம்} \\
 & & 1980 - 2\text{வது வருடம்} \\
 & & 2178 - 3\text{வது வருடம்} \\
 \text{3 வருட வட்டியை } \frac{1}{2} \text{ ஆல் பெருக்க} & = & 2178 \times \frac{1}{2} \\
 & = & 1089 \\
 2\frac{1}{2} \text{ ஆண்டு வட்டி} & = & 1800 + 1980 + 1089 \\
 & = & 4869
 \end{array}$$

6. ரூ. 1600 ஆனது 5% ஆண்டு கூட்டு வட்டி வீதம் கொண்டு எத்தனை ஆண்டுகளில் ரூ. 1852.20 ஆகும்.

$$A = 1852.2$$

$$P = 1600$$

$$R = 5\%$$

$$I = 252.2$$

$$\begin{array}{rcl}
 & & \text{I} \\
 1600 & \Rightarrow & 5\% \Rightarrow 80 - \text{முதல் வருடம்} \\
 & & 84 - 2\text{வது வருடம்} \\
 & & 88.2 - 3\text{வது வருடம்} \\
 \text{I} = & 252.2 \\
 \text{N} = & 3 \text{ வருடங்கள்}
 \end{array}$$

7. காயத்திரி ரூ.12000ஐ 5% ஆண்டு கூட்டு வட்டி தரும் ஒரு வங்கியில் ‘n’ ஆண்டுகளுக்கு முதலீடு செய்தார். அவர் முடிவில் ரூ.13230 பெற்றார். n – ன் மதிப்பு என்ன?

$$A = 13230$$

$$P = 12000$$

$$R = 5\%$$

$$I = 1230$$

$$\begin{array}{ccc} P & R & I \\ 12000 & \Rightarrow 5\% & \Rightarrow 600 - \text{முதல் வருடம்} \\ & & 630 - 2\text{வது வருடம்} \\ I = 1230 & & \\ N = 2 \text{ வருடங்கள்} & & \end{array}$$

8. அரை ஆண்டுக்கு ஒரு முறை வட்டி அசலுடன் சேர்க்கப்பட்டால் ரூ. 1000-க்கு ஆண்டு வட்டி வீதம் 10% வீதப்படி, 18 மாதங்களுக்கு கூட்டுவட்டி காணவும்.

அரை ஆண்டிற்கு ஒரு முறை வட்டி கணக்கிடும் போது வட்டி விகிதத்தை(R) 2-ஆல் வகுக்க வேண்டும்.

$$R = \frac{10\%}{2} = 5\%$$

$$\begin{array}{ccc} P & R & I \\ 1000 & \Rightarrow 5\% & \Rightarrow 50 - \text{முதல் 6 மாதம்} \\ & & 52.5 - 2\text{வது 6 மாதம்} \\ & & 55.13 - 3\text{வது 6 மாதம்} \\ I = 157.63 & & \end{array}$$

9. அரையாண்டிற்கு ஒரு முறை வட்டி கூட்டும் முறையில் ரூ. 24000க்கு ஆண்டொன்றுக்கு 10% வட்டி வீதம் $1\frac{1}{2}$ ஆண்டுகளில் கிடைக்கும் கூட்டுவட்டி எவ்வளவு.

$$R = \frac{10\%}{2} = 5\%$$

$$\begin{array}{ccc} P & R & I \\ 24000 & \Rightarrow 5\% & \Rightarrow 1200 - \text{முதல் 6 மாதம்} \\ & & 1260 - 2\text{வது 6 மாதம்} \\ & & 1323 - 3\text{வது 6 மாதம்} \\ I = 3783 & & \end{array}$$

10. காலாண்டிற்கு ஒரு முறை வட்டி கூட்டும் முறையில் ரூ. 10,000 க்கு ஆண்டொன்றுக்கு 4% வட்டி வீதம் 9 மாதத்திற்கு கிடைக்கும் கூட்டு வட்டி எவ்வளவு காலாண்டிற்கு ஒருமுறை வட்டி கணக்கிடும்போது வட்டி விகிதத்தை 4-ஆல் வகுக்க வேண்டும்.

$$R = \frac{4\%}{4} = 1\%$$

P	R	I	.
10000	$\Rightarrow 1\%$	$\Rightarrow 100$	- முதல் 3 மாதம்
		101	- 2வது 3 மாதம்
		102.01	- 3வது 6 மாதம்
		I = 303.01	

11. ரூ. 15,625 – ஜ 9 மாதங்களுக்கு 16% ஆண்டு வட்டி வீதம் முதலீடு செய்தால், வட்டி காலாண்டுக்கு ஒரு முறை சேர்க்கப்பட்டால், கூட்டு வட்டியை காண்க.

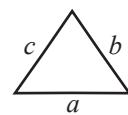
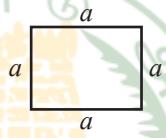
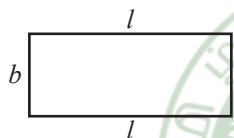
$$R = \frac{16\%}{4} = 4\%$$

P	R	I	.
15625	$\Rightarrow 4\%$	$\Rightarrow 625$	- முதல் 3 மாதம்
		650	- 2வது 3 மாதம்
		676	- 3வது 6 மாதம்
		I = 1951	

அளவியல் (MEASUREMENT)

சுற்றளவு:

ஒரு மூடிய வடிவத்தின் எல்லையை நாம் ஒரு முறை சுற்றி வரும் போது கிடைக்கும் தூரமே அவ்வடிவத்தின் சுற்றளவு ஆகும்.



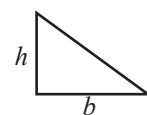
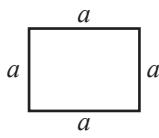
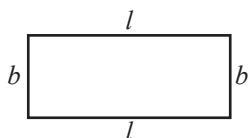
$$\begin{aligned}
 \text{செவ்வகத்தின் சுற்றளவு} &= 2(\text{நீளம்}) + 2(\text{அகலம்}) \\
 &= 2(\text{நீளம்} + \text{அகலம்}) \\
 &= 2(l+b) \text{ அலகுகள்}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{சதுரத்தின் பரப்பளவு} &= 4 \times \text{ஒரு பக்கத்தின் நீளம்} \\
 &= 4 \times \text{பக்கம்} \\
 &= 4a \text{ அலகுகள்}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{முக்கோணத்தின் சுற்றளவு} &= \text{மூன்று பக்க அளவுகளின் கூடுதல் \\
 &= (a+b+c) \text{ அலகுகள்}
 \end{aligned}$$

பரப்பளவு:

ஒரு மூடிய வடிவம் அடைக்கும் இடத்தின் அளவு அதன் பரப்பளவாகும்.



$$\begin{aligned} \text{செவ்வகத்தின் பரப்பளவு} &= \text{நீளம்} \times \text{அகலம்} \\ &= l \times b \text{ சதுர அலகுகள்} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{சதுரத்தின் பரப்பளவு} &= \text{பக்கம்} \times \text{பக்கம்} \\ &= a \times a \text{ சதுர அலகுகள்} \end{aligned}$$

செங்கோண முக்கோணத்தின்

$$\begin{aligned} \text{பரப்பளவு} &= \frac{1}{2} \times \text{செங்கோணத்தை உள்ளடக்கிய} \\ &\quad \text{பக்கங்களின் பெருக்கற்பலன்} \\ &= \frac{1}{2} \times (b \times h) \text{ சதுர அலகுகள்} \end{aligned}$$

- நீளம் 15மீ, அகலம் 10மீ உடைய செவ்வக வடிவ நிலத்தின் பரப்பளவு, சுற்றளவு காண்க.

$$\text{நீளம்} = 15\text{மீ}, \text{அகலம்} = 10\text{மீ}$$

$$\begin{aligned} \text{செவ்வகத்தின் பரப்பளவு} &= \text{நீளம்} \times \text{அகலம்} \\ &= 15\text{மீ} \times 10 \text{ மீ} \\ &= 150\text{மீ}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{செவ்வகத்தின் சுற்றளவு} &= 2 [\text{நீளம்} \times \text{அகலம்}] \\ &= 2 [15 + 10] \\ &= 50\text{மீ} \end{aligned}$$

- 80மீநீளம் உடைய செவ்வக வடிவத் தோட்டத்தின் பரப்பளவு 3200 ச.மீ தோட்டத்தின் அகலத்தைக் காண்க. 3200ச.மீ. தோட்டத்தின் அகலத்தைக் காண்க.

$$\text{நீளம்} = 80 \text{ மீ}, \text{பரப்பளவு} = 3200 \text{ ச.மீ}$$

$$\begin{aligned} \text{செவ்வகத்தின் பரப்பளவு} &= \text{நீளம்} \times \text{அகலம்} \\ \text{அகலம்} &= \frac{\text{செவ்வகத்தின் பரப்பளவு}}{\text{நீளம்}} \\ &= \frac{3200}{80} = 40\text{மீ} \end{aligned}$$

3. 40மீ நீளமுடைய சதுரவடிவ மனையின் பரப்பளவு, சுற்றளவு காண்க.

$$\begin{aligned} \text{சதுர வடிவ மனையின் பக்கம்} &= 40\text{மீ} \\ \text{சதுரத்தின் பரப்பளவு} &= \text{பக்கம்} \times \text{பக்கம்} \\ &= 40 \times 40 \\ &= 1600 \text{ ச.மீ} \\ \text{சதுரத்தின் சுற்றளவு} &= 4 \times \text{பக்கம்} \\ &= 4 \times 40 = 160\text{மீ} \end{aligned}$$

4. சதுர வடிவப் பூந்தோட்டத்தின் பக்கம் 50மீ. பூந்தோட்டத்தைச் சுற்றி மீட்டருக்கு ரூ.10வீதும் வேலிபோட ஆகும் செலவைக் காண்க.

$$\text{சதுர வடிவப் பூந்தோட்டத்தின் பக்கம்} = 50\text{மீ}$$

வேலிபோட ஆகும் மொத்த செலவைக் காண தோட்டத்தின் சுற்றளவைக் கண்டு அதை மீட்டருக்கு ஆகும் செலவுடன் பெருக்கினால் போதுமானது.

$$\begin{aligned} \text{சதுர வடிவப் பூந்தோட்டத்தின் சுற்றளவு} &= 4 \times \text{பக்கம்} \\ &= 4 \times 50 \\ &= 200\text{மீ} \\ \text{வேலியோட ஒரு மீட்டருக்கு ஆகும் செலவு} &= 10 \\ \therefore 200 \text{ மீட்டருக்கு ஆகும் செலவு} &= 10 \times 200 \\ &= 2000 \end{aligned}$$

5. பக்கம் 60மீ உடைய சதுர வடிவப் பூங்காவை சமன் செய்ய சதுர மீட்டருக்கு ரூ2 வீதும் ஆகும் செலவைக் காண்க.

$$\text{சதுர வடிவப் பூங்காவின் பக்கம்} = 60\text{மீ}$$

சமன் செய்ய ஆகும் செலவைக் காண, பரப்பளவைக் கண்டு அதனை சதுர மீட்டருக்கு ஆகும் செலவுடன் பெருக்கினால் போதுமானது.

$$\begin{aligned} \text{பூங்காவின் பரப்பளவு} &= \text{பக்கம்} \times \text{பக்கம்} \\ &= 60 \times 60 \\ &= 3600 \text{ ச.மீ} \\ \text{ஒரு சதுர மீட்டருக்கு ஆகும் செலவு} &= 2 \\ 3600 \text{ சதுர மீட்டருக்கு ஆகும் செலவு} &= 2 \times 3600 \\ &= 7200 \end{aligned}$$

6. ஒரு விளையாட்டுத்திடல் செங்கோண முக்கோணம் வடிவில் உள்ளது. செங்கோணத்தைத் தாங்கும் பக்கங்கள் 50மீ, 80மீ. திடலில் சிமேண்ட் பூச சதுர மீட்டருக்கு ரூ5 வீதும் ஆகும் மொத்த செலவைக் காண்க.

$$\begin{aligned}
 \text{செங்கோண முக்கோண விளையாட்டுத்திடலின் பரப்பளவு} &= \frac{1}{2} \times b \times h \\
 &= \frac{1}{2} (50 \times 80) \\
 &= 2000 \text{ ச.மீ} \\
 \text{ஒரு சதுர மீட்டருக்கு ஆகும் செலவு} &= 5 \\
 \text{2000 சதுர மீட்டருக்கு ஆகும் செலவு} &= 5 \times 2000 \\
 &= 10000
 \end{aligned}$$

7. வெளிச் செவ்வகத்தின் பரப்பளவு 360 ச.மீ, உள் செவ்வகத்தின் பரப்பளவு 280 ச.மீ. சீரான பாதை இவ்விரு செவ்வகங்களுக்கும் இடையில் உள்ளது. பாதையின் பரப்பளவு என்ன?

$$\begin{aligned}
 \text{பாதையின் பரப்பளவு} &= (\text{வெளிச் செவ்வகத்தின் பரப்பளவு}) - (\text{உள் செவ்வகத்தின் பரப்பளவு}) \\
 &= 360 - 280 \\
 &= 80 \\
 \therefore \text{பாதையின் பரப்பளவு} &= 80\text{மீ}^2
 \end{aligned}$$

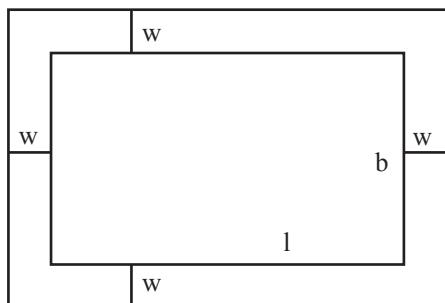
8. ஒரு செவ்வக வடிவக் கட்டிடத்தின் நீளம் 20மீ, அகலம் 10மீ. கட்டிடத்தைச் சுற்றி வெளிப்புறமாக 1மீ அகலமுள்ள பாதை அமைக்கப்பட்டுள்ளது. பாதையின் பரப்பளவு காண்க.

உள் செவ்வகம்

$$\begin{aligned}
 l &= 20 \text{ மீ} \\
 b &= 10 \text{ மீ} \\
 \text{பரப்பளவு} &= l \times b \\
 &= 20 \times 10 = 200\text{மீ}^2
 \end{aligned}$$

வெளிச் செவ்வகம்

$$\begin{aligned}
 \text{அகலம் } W &= 1 \text{ மீ} \\
 L &= l + 2w \\
 &= 20 + 2 = 22\text{மீ} \\
 B &= b + 2w \\
 &= 10 + 3 = 12\text{மீ}
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \text{பரப்பளவு} &= (l + 2w)(b + 2w) \\ &= 22 \times 12 = 264\text{மீ}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{பாதையின் பரப்பளவு} &= (\text{வெளிச் செவ்வகத்தின் பரப்பளவு}) - (\text{உள் செவ்வகத்தின் பரப்பளவு}) \\ &= 264 - 200 \\ &= 64\text{மீ}^2 \end{aligned}$$

9. ஒரு பள்ளியில் உள்ள கலைக் கூடத்தின் நீளம் 45மீ, அகலம் 27மீ. கலைக் கூடத்தைச் சுற்றி வெளிப்புறமாக 3மீ அகலமுள்ள தாழ்வாரம் உள்ளது. தாழ்வாரத்தின் பரப்பளவு என்ன? அத்தாழ்வாரத்தில் ஒடுபதிக்க 1 ச.மீட்டருக்கு ரூ 100 வீதும் ஆகும் செலவு காண்க.

உள் செவ்வகம்

$$\begin{aligned} l &= 45 \text{ மீ} \\ b &= 27 \text{ மீ} \\ \text{பரப்பளவு} &= 45 \times 27 \\ &= 1215\text{மீ}^2 \end{aligned}$$

வெளிச் செவ்வகம்

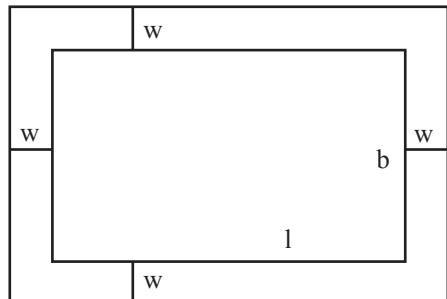
$$\begin{aligned} \text{அகலம் } W &= 3 \text{ மீ} \\ L &= l + 2w = 45 + 6 = 51 \text{ மீ} \\ B &= b + 2w = 27 + 6 = 33 \text{ மீ} \\ \text{பரப்பளவு} &= 51 \times 33 \\ &= 1683\text{மீ}^2 \end{aligned}$$

- i) தாழ்வாரத்தின் பரப்பளவு = (**வெளிச் செவ்வகத்தின் பரப்பளவு**) - (**உள் செவ்வகத்தின் பரப்பளவு**)
 $= (1683) - (1215)$
 $= 468\text{மீ}^2$
- ii) 1 ச. மீட்டருக்கு ஒடுபதிக்க ஆகும் செலவு
468 ச. மீட்டருக்கு ஒடுபதிக்க ஆகும் செலவு
 $= 100$
 $= 100 \times 468$
 $= 46,800$

10. 8மீ நீளமும், 5மீ அகலமும் கொண்ட ஒரு அறையில் உட்புறமாக சீரான சிவப்பு வண்ணப் பாதை 0.5மீ அகலத்தில் பூசப்படுகிறது. சிவப்பு வண்ணப்பாதையின் பரப்பளவு காண்க.

வெளிச் செவ்வகம்

$$\begin{aligned} l &= 8 \text{ மீ} \\ b &= 5 \text{ மீ} \\ \text{பரப்பளவு} &= 8 \times 5 \\ &= 40\text{மீ}^2 \end{aligned}$$



வெளிச் செவ்வகம்

$$\text{அகலம் } W = 0.5 \text{ மீ}$$

$$L = l - 2w = (8 - 1) = 7 \text{ மீ}$$

$$B = b - 2w = (5 - 1) = 4 \text{ மீ}$$

$$\text{பரப்பளவு} = 7 \times 4 = 28 \text{ மீ}^2$$

$$\begin{aligned} \text{பாதையின் பரப்பளவு} &= (\text{வெளிச் செவ்வகத்தின் பரப்பளவு}) - (\text{உள் செவ்வகத்தின் பரப்பளவு}) \\ &= 40 - 28 \\ &= 12 \text{ மீ}^2 \end{aligned}$$

11. ஒருத்தரைவிரிப்பின் அளவுகள் $3 \text{ மீ} \times 2 \text{ மீ}$. தரைவிரிப்பின் அணைத்துபக்கங்களிலிருந்தும் 0.25 மீ அகலம் கொண்ட சீரான பட்டை ஒன்று வெட்டியெடுக்கப்படுகிறது. மீதமுள்ள தரைவிரிப்பின் பரப்பளவு காண்க. மேலும், வெட்டியெடுக்கப்பட்ட பட்டையின் பரப்பளவு என்ன?

வெளிச் செவ்வகம்

(தரைவிரிப்பிலிருந்து சீரான பட்டை வெட்டியெடுப்பதற்கு முன்பு

$$l = 3 \text{ மீ}$$

$$b = 2 \text{ மீ}$$

$$\text{பரப்பளவு} = 3 \times 2 = 6 \text{ மீ}^2$$

அகலம் W	$= 3 \text{ மீ}$
L	$= l - 2w = 3 - 0.5 = 2.5 \text{ மீ}$
B	$= b - 2w = (2 - 0.5) = 1.5 \text{ மீ}$
பரப்பளவு	$= 2.5 \times 1.5 = 3.75 \text{ மீ}^2$

$$\begin{aligned} \text{வெட்டியெடுக்கப்பட்ட சீரான பட்டையின் பரப்பளவு} &= 6 - 3.75 \\ &= 2.25 \text{ மீ}^2 \end{aligned}$$

வட்டம்

- | | |
|------------------------|------------------------|
| 1. வட்டத்தின் சுற்றளவு | $= 2\pi r$ அலகுகள் |
| 2. வட்டத்தின் பரப்பளவு | $= \pi r^2$ ச. அலகுகள் |

சுற்றளவு:

1. 3.5 மீ ஆரமாகக் கொண்ட வட்டத்தின் சுற்றளவைக் காண்க.

$$\text{வட்டத்தின் சுற்றளவு} = 2\pi r$$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 3.5$$

$$= 2 \times 22 \times 0.5$$

$$= 22 \text{ மீ}$$

2. 88 செ.மீ நீளங்கள் ஒரு கம்பி ஒரு வட்டமாக வளைக்கப்படுகிறது. வட்டத்தின் ஆரம் காண்க.

$$\begin{aligned}
 \text{கம்பியின் நீளம்} &= 88 \text{ செ.மீ} \\
 \text{வட்டத்தின் சுற்றளவு} &= \text{கம்பியின் நீளம்} \\
 2\pi r &= 88 \\
 2 \times \frac{22}{7} \times r &= 88 \\
 r &= \frac{88 \times 7}{2 \times 22} \\
 r &= 14 \text{ செ.மீ}
 \end{aligned}$$

3. ஒரு மிதிவண்டிச் சக்கரத்தின் விட்டம் 63 செ.மீ அது 20 சுற்றுகள் சுற்றினால் கடக்கும் தொலைவைக் காண்க.

சக்கரம் ஒரு முழுச் சுற்று சுற்றினால்,
ஒரு முழுச் சுற்றில் கடக்கும் தொலைவு = சக்கரத்தின் சுற்றளவு

$$\begin{aligned}
 \therefore \text{சக்கரத்தின் சுற்றளவு} &= \pi d \text{ அலகுகள்} \\
 &= \frac{22}{7} \times 63 \\
 &= 198 \text{ செ.மீ}
 \end{aligned}$$

ஒரு முழுச் சுற்று சுற்றினால் கடக்கும் தொலைவு = 198 செ.மீ

$$\begin{aligned}
 \therefore 20 \text{ முழுச் சுற்று சுற்றினால் கடக்கும் தொலைவு} &= 20 \times 198 \\
 &= 3960 \text{ செ.மீ}
 \end{aligned}$$

பரப்பளவு:

1. 14 செ.மீ விட்டமாகக் கொண்ட வட்டத்தின் பரப்பளவு காண்க.

$$\begin{aligned}
 \text{விட்டம் } d &= 14 \text{ செ.மீ} \\
 \text{ஆரம் } r = \frac{d}{2} = \frac{14}{2} &= 7 \text{ செ.மீ} \\
 \text{வட்டத்தின் பரப்பளவு} &= \pi r^2 \\
 &= \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \\
 &= 154 \text{ ச.செ.மீ}
 \end{aligned}$$

2. வயலில் அடிக்கப்பட்டுள்ள கட்டையில் 3.5 மீநீளம் கொண்ட துண்டு கயிறு கொண்டு ஆடு கட்டப்பட்டுள்ளது. ஆடு மேயக்கூடிய அதிகபட்ச பகுதியின் பரப்பளவை காண்க.

$$\text{வட்டத்தின் ஆரம்} = \text{தும்பு கயிறின் நீளம்}$$

$$\therefore \text{ஆரம் } r = 3.5\text{மீ} = \frac{7}{2} \text{ மீ}$$

ஆடுமேயக் கூடிய அதிகபட்ச பகுதியின் பரப்பளவு = πr^2 ச. அலகுகள்

$$= \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2} \\ = 38.5 \text{ ச. அலகுகள்}$$

3. வெள்ளிக்கம்பி வளைக்கப்பட்டு சதுரமாக மாற்றும் போது, அதனால், அடையபடும் பகுதியின் பரப்பளவு 12 ச.செ.மீ. அதே வெள்ளிக்கம்பி வட்டமாக வளைக்கப்படுகிறது எனில் வட்டத்தின் பரப்பளவு என்ன?

சதுரத்தின் பக்கம் a என்க.

$$\text{சதுரத்தின் பரப்பளவு} = 121 \text{ ச.செ.மீ}$$

$$a^2 = 121 \Rightarrow a = 11 \text{ செ.மீ}$$

$$\text{சதுரத்தின் சுற்றளவு} = 4a \text{ அலகுகள்}$$

$$= 4 \times 11 = 44 \text{ செ.மீ}$$

$$\text{கம்பியின் நீளம்} = \text{சதுரத்தின் சுற்றளவு}$$

$$= 44 \text{ செ.மீ.}$$

கம்பியானது வட்டமாக வளைக்கப்படுகிறது

$$\text{வட்டத்தின் சுற்றளவு} = \text{கம்பியின் நீளம்}$$

$$2\pi r = 44$$

$$2 \times \frac{22}{7} \times r = 44$$

$$r = 7 \text{ செ.மீ}$$

$$\therefore \text{வட்டத்தின் பரப்பளவு} = \pi r^2$$

$$= \frac{22}{7} \times 7 \times 7$$

$$= 154 \text{ செ.மீ}^2$$

4. வெளிவட்டத்தின் ஆரம் 14.செமீ உள் வட்டத்தின் ஆரம் 7 செ.மீ எனில்

- வெளிவட்டத்தின் பரப்பளவு
- உள்வட்டத்தின் பரப்பளவு
- இரு வட்டங்களுக்கு இடையில் உள்ள நிழலிட்ட பகுதியின் பரப்பளவு

i. வெளிவட்டம்

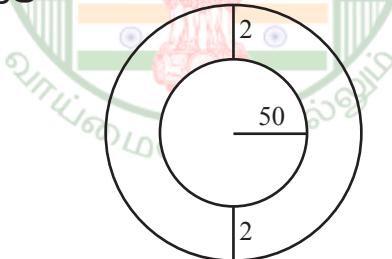
$$\begin{aligned} R &= 14 \\ \text{பரப்பளவு} &= \pi R^2 \\ &= \frac{22}{7} \times 14 \times 14 \\ &= 616 \text{ செ.மீ}^2 \end{aligned}$$

ii. உள்வட்டம்

$$\begin{aligned} r &= 7 \\ \text{பரப்பளவு} &= \pi r^2 \\ &= \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \\ &= 154 \text{ செ.மீ}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ii. நிழலிட்ட பகுதியின் பரப்பளவு} &= \text{வெளி வட்டத்தின் பரப்பளவு} - \text{உள் வட்டத்தில் பரப்பளவு} \\ &= 616 - 154 = 462 \text{ செ.மீ}^2 \end{aligned}$$

5. 50மீ ஆரமாகக் கொண்ட வட்ட வடிவ பூங்காவின் வெளிப்புறத்தில் 2 மீ அகலத்தில் சமச்சீரான வட்டப்பாதை அமைக்கப்படுகிறது. அப்பாதையை சமன்செய்ய ஒரு சதுரமீட்டருக்கு 5 வீதம் ஆகும் செலவைக் காண்க.



$$r = 50 \text{ மீ}, w = 2 \text{ மீ}, R = r + w = 50 + 2 = 52 \text{ மீ}$$

$$\begin{aligned} \text{வட்டப்பாதையின் பரப்பளவு} &= \pi (R + r) (R - r) \\ &= 3.14 \times (52 + 50) (52 - 50) \\ &= 3.14 \times 102 \times 2 \\ &= 640.56 \text{ மீ}^2 \end{aligned}$$

$$1 \text{ சதுர மீ பாதையைச் சமன்படுத்த ஆகும் செலவு} = 5$$

$$\begin{aligned} 640.56 \text{ சதுர.மீ பாதையைச் சமன்படுத்தும் ஆகும் செலவு} &= 5 \times 640.56 \\ &= 3202.80 \end{aligned}$$

6. அரை வட்ட வடிவிலான பூங்கா ஒன்றின் எல்லை வேலியாக பயண்படுத்தப்பட்டுள்ள சங்கிலியின் நீளம் 36மீ எனில் பூங்காவின் பரப்பளவைக் காண்க.

அரைவட்டத்தின் சுற்றளவு	$= (\pi + 2) \text{ ச.அலகுகள்}$
அரைவட்டத்தின் பரப்பளவு	$= \frac{\pi r^2}{2} \text{ ச. அலகுகள்}$

$$\text{சங்கிலியின் நீளம்} = \text{அரை வட்டத்தின் சுற்றளவு}$$

$$\therefore (\pi + 2)r = 36$$

$$\left(\frac{22}{7} + 2\right) \times r = 36$$

$$\left(\frac{22+14}{7}\right) \times r = 36$$

$$r = 7\text{மீ}$$

$$\text{பூங்காவின் பரப்பளவு} = \text{அரைவட்டத்தின் பரப்பளவு}$$

$$= \frac{\pi r^2}{2}$$

$$= \frac{22}{7} \times \frac{7 \times 7}{2} = 77\text{மீ}^2$$

7. கொடுக்கப்பட்டுள்ள படத்தில் சதுரம் ABCD-ன் பக்க அளவு 14 செ.மீ நிழலிட்டப் பகுதியின் பரப்பளவைக் காண்க.

$$\text{சதுரத்தின் பக்கம் } a = 14 \text{ செ.மீ}$$

$$\text{ஒவ்வொரு வட்டத்தின் ஆரம் } r = \frac{7}{2} \text{ செ.மீ}$$

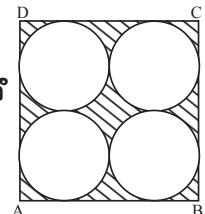
$$\text{நிழலிட்ட பகுதியின் பரப்பளவு} = \text{சதுரத்தின் பரப்பளவு} - (4 \times \text{வட்டத்தின் பரப்பளவு})$$

$$= a^2 - 4(\pi r^2)$$

$$= (14)^2 - 4 \left[\frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2} \right]$$

$$= 196 - 154$$

$$= 42 \text{ செ.மீ}^2.$$

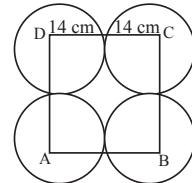


7. 8. பக்க அளவு 28 செ.மீ அளவுள்ள ஒரு சதுரத்தின் நான்கு மூலையிலிருந்து ஓவ்வொரு வட்டமும் மற்ற இரண்டு வட்டங்களைத் தொடுமொறு நான்கு வட்டங்கள் படத்தில் உள்ளபடி வரையப்படுகின்றன. எனில் நிழலிட்ட பகுதியின் பரப்பளவைக் காண்க.

ABCD என்ற சதுரத்தின் பக்கம் a என்க.

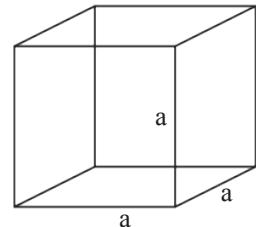
$$\therefore a = 28 \text{ செ.மீ}$$

$$\therefore \text{ஓவ்வொரு வட்டத்தின் ஆரம், } r = \frac{28}{2} = 14 \text{ செ.மீ}$$



$$\begin{aligned} \text{நிழலிட்ட பகுதியின் பரப்பளவு} &= \text{சதுரத்தின் பரப்பளவு} - 4 \times \text{கால்வட்டப்பகுதி} \\ &= a^2 - 4 \left(\frac{1}{4} \times \pi r^2 \right) \\ &= (28)^2 - 4 \left[\frac{1}{4} \times \frac{22}{7} \times 14 \times 14 \right] \\ &= 784 - 616 \\ &= 168 \text{ செ.மீ}^2. \end{aligned}$$

கனச்சதுரம்



$$\begin{aligned}
 \text{கனச்சதுரத்தின் மொத்தப்பரப்பளவு} &= 6a^2 \text{ ச. அ} \\
 \text{கனச்சதுரத்தின் பக்கப்பரப்பு} &= 4a^2 \text{ ச.அ} \\
 \text{கனச்சதுரத்தின் கன அளவு} & V = a^3 \text{ கள. அலகுகள்}
 \end{aligned}$$

- 5 செ.மீ பக்க அளவு கொண்ட கனச்சதுரத்தின் மொத்தப்பரப்பு, பக்கப்பரப்பு, மற்றும் கனஅளவு ஆகியவற்றைக் காண்க.

$$\begin{aligned}
 \text{பக்கப்பரப்பு} &= 4a^2 = 4(5)^2 = 100 \text{ ச.செ.மீ} \\
 \text{மொத்தப் புறப்பரப்பு} &= 6a^2 = 6(5)^2 = 150 \text{ ச.செ.மீ} \\
 \text{கனஅளவு} &= a^3 = 5^3 = 125 \text{ க.செ.மீ}
 \end{aligned}$$

- இரு கனச்சதுரத்தின் மொத்தப் புறப்பரப்பு 384 ச. செமீ எனில், அதன் கனஅளவைக் காண்க

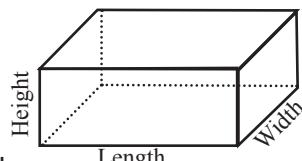
கனச்சதுரத்தின் பக்க அளவு a என்க

$$\text{மொத்தப் புறப்பரப்பு} = 384 \text{ ச. செமீ}$$

$$\begin{aligned}
 6a^2 &= 384 \\
 a^2 &= \frac{384}{6} = 64 \\
 a &= \sqrt{64} = 8 \text{ செமீ}
 \end{aligned}$$

கன அளவு $a^3 = 8^3 = 512 \text{ க. செமீ}$

கனச்செவ்வகம்



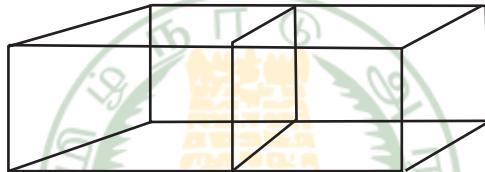
$$\begin{aligned}
 \text{கனச்செவ்வகத்தின் பக்கப் பரப்பு} &= 2(l+b)h \text{ ச. அ} \\
 \text{கனச்செவ்வகத்தின் மொத்தப் பரப்பு} &= 2(lb + bh + lh) \text{ ச.அ} \\
 \text{கனச்செவ்வகத்தின் கன அளவு} & V = l \times b \times h \text{ க. அலகுகள்}
 \end{aligned}$$

- இரு கனச்செவ்வகத்தின் நீளம், அகலம் மற்றும் உயரம் முறையே 20 செ.மீ, 12செ.மீ மற்றும் 9 செ.மீ அதன் மொத்தப் புறப்பரப்பைக் காண்க.

$$l = 20 \text{ செ.மீ}, b = 12 \text{ செ.மீ}, h = 9 \text{ செ.மீ}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{மொத்தப் புறப்பரப்பு} &= 2(l b \times bh \times lh) \\ &= 2 [(20 \times 12) + (12 \times 9) + (20 \times 9)] \\ &= 2 \times 528 \\ &= 1056 \text{ ச. செ.மீ} \end{aligned}$$

- கன அளவு 216 க. செ.மீ அளவுள்ள இரு கனச்சதுரங்கள் படத்தில் காட்டியுள்ளவாறு இணைக்கப்படும் போது கிடைக்கும் கனசெவ்வகத்தின் மொத்தப் பரப்பைக் காண்க.



கனச்சதுரத்தின் பக்க அளவு a என்க

$$\begin{aligned} a^3 &= 216 \\ a &= \sqrt[3]{216} = 6 \text{ செ.மீ} \end{aligned}$$

இரு கனச்சதுரங்கள் இணைக்கப்பட்டு கனச்செவ்வகம் பெறப்படுகிறது.

$$\text{எனவே, } l = 6 + 6 = 12 \text{ செ.மீ}$$

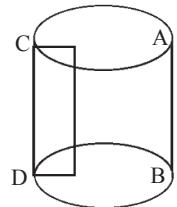
$$b = 6 \text{ செ.மீ}$$

$$h = 6 \text{ செ.மீ}$$

$$\begin{aligned} \text{கனச்செவ்வகத்தின் மொத்தப்பரப்பு} &= 2 (lb \times bh \times lh) \\ &= 2 [(12 \times 6) + (6 \times 6) + (12 \times 6)] \\ &= 2 [72 + 36 + 72] \\ &= 2 \times 180 \\ &= 360 \text{ ச. செ.மீ} \end{aligned}$$

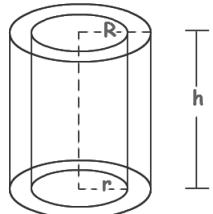
நேர் உருளை

- | | |
|------------------------|---------------------|
| a. அடிப்பரப்பு | = πr^2 ச.அ |
| b. வளைபரப்பு | = $2\pi rh$ ச.அ |
| c. மொத்தப் புறப்பரப்பு | = $2\pi r(h+r)$ ச.அ |
| d. கன அளவு | = $\pi r^2 h$ க.அ |



உள்ளீடற்ற உருளை

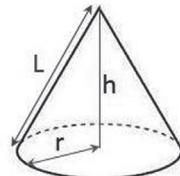
- | | |
|----------------------|---|
| a) அடிபக்கப் பரப்பு | = $\pi(R^2 - r^2)$ ச.அ |
| | = $\pi(R+r)(R-r)$ ச.அ |
| b) வளைபரப்பு | = $2\pi h(R+r)$ ச.அ |
| c) மொத்த புறப்பரப்பு | = $2\pi r(R+r)(R-r+h)$ |
| d) கன அளவு | = $\pi h(R^2 - r^2)$
= $\pi h(R+r)(R-r)$ க.அ |



திண்ம நேர்வட்ட உருளையின் மொத்தப் பரப்பு = $2\pi r(h+r)$ ச.அ

கூம்பு

- | | |
|----------------------|---|
| அடிபக்கப் பரப்பு | = πr^2 ச.அ |
| a. வளைபரப்பு | = $\pi r l$ ச.அ |
| b. மொத்த புறப்பரப்பு | = $\pi r(l+r)$ ச.அ $\left\{ l^2 = r^2 + h^2 \right. \left. l = \sqrt{r^2 + h^2} \right\}$ |
| c. கன அளவு | = $\frac{1}{3}(\pi r^2 h)$ க.அ |

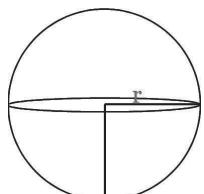


கோளம்

- | | |
|------------|----------------------------|
| வளைபரப்பு | = $4\pi r^2$ ச.அ |
| a. கன அளவு | = $\frac{4}{3}\pi r^3$ க.அ |

அனைக்கோளம்

- | | |
|---------------------------------|----------------------------|
| a. வளைபரப்பு | = $2\pi r^2$ ச.அ |
| b. கன அளவு | = $\frac{2}{3}\pi r^3$ க.அ |
| c. அனைக்கோளத்தின் மொத்தப்பரப்பு | = $3\pi r^2$ ச.அ |



உருளை

1. ஒரு திண்ம நேர்வட்ட உருளையின் ஆரம் 7 செ.மீ மற்றும் உயரம் 20 செ.மீ அதன் i) வளைபரப்பு , ii) மொத்தப் புறப்பரப்பு ஆகியவற்றைக் காண்க.

$$r = 7 \text{ செ.மீ} \quad h = 20 \text{ செ.மீ}$$

$$(i) \text{ உருளையின் வளைபரப்பு} = 2\pi rh \text{ ச.அ}$$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 7 \times 20 \\ = 880 \text{ ச.செ.மீ}$$

$$(ii) \text{ மொத்தப் புறப்பரப்பு} = 2\pi r (h + r)$$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 7 \times [20 + 7] \\ = 44 \times 27 \\ = 1188 \text{ ச. செமீ}$$

2. ஒரு திண்ம நேர்வட்ட உருளையின் ஆரமும் உயரமும் 2 : 5 என்ற விகிதத்தில் உள்ளன. அதன் வளைப்பரப்பு $\frac{3960}{7}$ ச. செமீ எனில் உருளையின் ஆரம் மற்றும் உயரம் காண்க.

$$r : h = 2 : 5$$

$$\frac{r}{h} = \frac{2}{5} \quad r = \frac{2}{5}h$$

$$\text{நேர் வட்ட உருளையின் வளைபரப்பு} = 2\pi rh \text{ ச.அ}$$

$$\frac{3960}{7} = 2 \times \frac{22}{7} \times \frac{2}{5} \times h \times h$$

$$h^2 = \frac{3960 \times 7 \times 5}{2 \times 22 \times 2 \times 7} = 225$$

$$h = 15$$

$$r = \frac{2}{5}h \quad h = \frac{2}{5} \times 15 = 6$$

$$\left\{ \begin{array}{l} r : h = 2 : 5 \\ \quad = 6 : 15 \end{array} \right\}$$

$$r = 6 \text{ செ.மீ} \quad h = 15 \text{ செ.மீ}$$

3. 120 செ.மீ நீளமும், 84 செ.மீ விட்டமும் கொண்ட ஒரு சாலையை சம்ப்படுத்தும் உருளையைக் கொண்டு ஒரு விளையாட்டுத்திடல் சம்ப்படுத்தப்படுகிறது. விளையாட்டுத் திடலை சம்ப்படுத்த இவ்வருளை 500 முழுச் சுற்றுகள் கூழல் வேண்டும். விளையாட்டுத் திடலை சம்ப்படுத்த ஒரு ச. மீட்டருக்கு 75 பைசா வீதும், திடலைச் சம்ப்படுத்த ஆகும் செலவைக் காண்க.

$$r = 42 \text{ செ.மீ} \quad h = 120 \text{ செ.மீ}$$

உருளையின் ஒரு முழுச் சுற்றினால்

$$\begin{aligned} \text{சம்ப்படுத்தப்படும் திடலின் பரப்பு} &= \text{உருளையின் வளைபரப்பு} \\ &= 2\pi rh \text{ ச.அ} \\ &= 2 \times \frac{22}{7} \times 42 \times 120 \\ &= 31680 \text{ ச.செ.மீ} \end{aligned}$$

500 முழுச் சுற்றுகளில் சம்ப்படுத்தப்படும்

$$\begin{aligned} \text{திடலின் பரப்பு} &= 31680 \times 500 \\ &= 15840000 \text{ செ.மீ}^2 \\ &= \frac{15840000}{10000} \\ &= 1584 \text{ மீ}^2 (10000\text{செ.மீ}^2 \text{ முத் 1ச.மீ}) \end{aligned}$$

$$1 \text{ ச.மீட்டருக்கு சம்ப்படுத்த ஆகும் செலவு} = Rs. \frac{75}{100}$$

$$\begin{aligned} \text{எனவே விளையாட்டுத்திடலை சம்ப்படுத்த ஆகும் மொத்தச் செலவு} &= \frac{1584 \times 75}{100} \\ &= \text{Rs. } 1188 \end{aligned}$$

உருளையின் கன அளவு

4. ஒரு நேர் வட்ட உருளையின் வளைபரப்பு 704 ச.செமீ மற்றும் அதன் உயரம் 8 செ.மீ எனில் அவ்வருளையின் கன அளவை விட்டால் காண்க.

$$h = 8 \text{ செ.மீ}, \text{ வளைபரப்பு} = 704 \text{ ச.செ.மீ}$$

$$\text{வளைபரப்பு} = 704 \text{ ச.செ.மீ}$$

$$2\pi rh = 704$$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times r \times 8 = 704$$

$$r = \frac{704 \times 7}{2 \times 22 \times 8}$$

$$r = 14 \text{ செ.மீ}$$

$$\begin{aligned} \text{ஒருளையின் கன அளவு} &= \pi r^2 h \\ &= \frac{22}{7} \times 14 \times 14 \times 8 \\ &= 4928 \text{ க. செமீ} \end{aligned}$$

$$\text{ஒருளையின் கன அளவு} = 4.928 \text{ லிட்டர் } (1000 \text{ க.செ.மீ} = 1 \text{ லிட்டர்})$$

5. ஒரு உள்ளீடற்ற இரும்பு குழாயின் நீளம் 28 செ.மீ, அதன் வெளி மற்றும் உள்விட்டங்கள் முறையே 8 செ.மீ மற்றும் 6 செ.மீ எனில் இரும்புக் குழாயின் கன அளவைக் காண்க. மேலும் 1 க. செ.மீ இரும்பின் எடை 7 கிராம் எனில், இரும்புக் குழாயின் எடையைக் காண்க.

$$2r = 6 \text{ செ.மீ}, \quad 2R = 8 \text{ செ.மீ}, \quad h = 28 \text{ செ.மீ}$$

$$r = 3 \text{ செ.மீ}, \quad R = 4 \text{ செ.மீ}$$

$$\begin{aligned} \text{இரும்பு குழாயின் கன அளவு} &= \pi \times h \times (R + r)(R - r) \\ &= \frac{22}{7} \times 28 \times (4 + 3)(4 - 3) \\ &= 616 \text{ க. செமீ} \end{aligned}$$

$$1 \text{ க. செமீ இரும்பின் எடை} = 7 \text{ கிராம}$$

$$616 \text{ க. செமீ இரும்பின் குழாயின் எடை} = 7 \times 616 \text{ கிராம்}$$

$$\text{ஆகவே, இரும்புக் குழாயின் எடை} = 4.312 \text{ கி.கி}$$

சும்பு

1. ஒரு திண்ம நேர் வட்டக் கூம்பின் ஆரம் மற்றும் சாயுயரம் முறையே 35 செ.மீ மற்றும் 37 செ.மீ எனில் கூம்பின் வளைபரப்பு மற்றும் மொத்தப் புறப்பரப்பைக் காண்க.

r மற்றும் 1 என்பன முறையே நேர் வட்டக் கூம்பின் ஆரம் மற்றும் சாயுயரம் என்க.

எனவே $r = 35 \text{ செ.மீ}, l = 37 \text{ செ.மீ}$

$$\begin{aligned} \text{ஆகவே, வளைபரப்பு} &= \pi r l = \pi (35) (37) \\ &= 4070 \text{ ச. செ.மீ} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{மேலும், மொத்தப் புறப்பரப்பு} &= \pi r [l + r] \\
 &= \frac{22}{7} \times 35 [37 + 35] \\
 &= 7920 \text{ ச. செ.மீ}
 \end{aligned}$$

2. 21 செ.மீ ஆரமுள்ள ஒரு வட்டத்திலிருந்து 1200 மையக் கோணம் கொண்ட ஒரு வட்டக் கோணப்பகுதியை வெட்டியடுத்து அதன் ஆரங்களை ஓன்றிணைந்து ஒரு சூழ்பாக்கினால் கிடைக்கும் சூழ்பின் வளைபரப்பைக் ($\pi = \frac{22}{7}$) காண்க.

சூழ்பின் ஆரம் r என்க.

வட்ட கோணப்பகுதியின் கோணம், $\theta = 1200$

வட்ட கோணப்பகுதியின் ஆரம், $R = 21$ செ.மீ.

வட்ட கோணப்பகுதியின் ஆரங்களை ஓன்றிணைந்து அதனை ஒரு சூழ்பாக மாற்றலாம். எனவே, சூழ்பின் அடிச்சுற்றாவு = வட்டவில்லின் நீளம்

$$2\pi r = \frac{\theta}{360} \times 2\pi R$$

$$r = \frac{\theta}{360} \times R$$

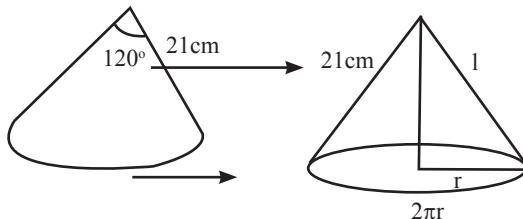
$$\text{எனவே, சூழ்பின் ஆரம் } r = \frac{120}{360} \times 21 = 7 \text{ செ.மீ}$$

மேலும், சூழ்பின் சாயுயரம் = வட்டக் கோணப்பகுதியின் ஆரம்.

$$l = R \Rightarrow l = 21 \text{ செ.மீ}$$

எனவே, சூழ்பின் வளைபரப்பு = $\pi r l$

$$= \frac{22}{7} \times 7 \times 21 = 462 \text{ ச. செ.மீ}$$



கூம்பின் கனஅளவு

$$3 \times \text{கூம்பின் கன அளவு} = \text{ஒருளையின் கன அளவு} = \pi r^2 h$$

$$\text{எனவே, கூம்பின் கன அளவு} = \frac{1}{3} \times \pi r^2 h \text{ க.ஆலகுகள்}$$

1. ஒரு திண்ம நேர்வட்டக் கூம்பின் கனஅளவு 4928 க. செமீ மற்றும் அதன் உயரம் 24 செ.மீ எனில்து அக் கூம்பின் கூம்பின் ஆரத்தைக் காண்க.

r, h மற்றும் V என்பன முறையே கூம்பின் ஆரம், உயரம் மற்றும் கனஅளவு என்க.

எனவே, $V = 4928$ க. செமீ மற்றும் $h = 24$ செ.மீ

$$\text{ஆகவே, } = \frac{1}{3} \times \pi r^2 h = 4928$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times r^2 \times 24 = 4928$$

$$r^2 = \frac{4928 \times 3 \times 7}{22 \times 24} = 196$$

$$\text{கூம்பின் ஆரம் } r = \sqrt{196} = 14 \text{ செ.மீ}$$

2. ஒரு இடைக்கண்ட வடிவிலான வாளியின் மேற்புற மற்றும் அடிப்புற ஆரங்கள் முறையே 15 செ.மீ மற்றும் 8 செ.மீ மேலும்து ஆழம் 63 செ.மீ எனில்து அதன் கொள்ளலை விட்டரில் காண்க.

$$\text{இடைக் கண்டத்தின் கன அளவு} = \frac{1}{3} \times \pi h (R^2 + r^2 + Rr)$$

R மற்றும் r என்பது முறையே வாளியின் மேற்புற மற்றும் அடிப்புற பகுதியின் ஆரங்கள் எனவும் h என்பது அதன் உயரம் (ஆழம்) எனவும் கொள்க.

ஆகவே, $R = 15$ செ.மீ, $r = 8$ செ.மீ மற்றும் $h = 63$ செ.மீ

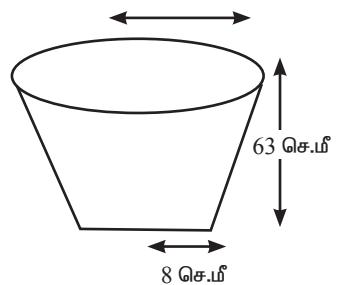
$$\text{வாளியின் கன அளவு} = \frac{1}{3} \times \pi h (R^2 + r^2 + Rr)$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 63 \times (15^2 + 8^2 + 15 \times 8)$$

$$= 26994 \text{ க.செமீ}$$

$$= \frac{26994}{1000} \text{ லிட்டர்} (1000 \text{ க.செமீ} = 1 \text{ லிட்டர்})$$

எனவே, வாளியின் கன அளவு = 26.994 லிட்டர் .



கேள்விகள்

- ஒரு திண்ம நேர்வட்ட உருளையின் மொத்தப்புறப்பரப்பு 880ச. செமீ மற்றும் அதன் ஆரம் 10 செ.மீ எனில் அவ்வுருளையின் வளைபரப்பைக் காண்க.

$$\text{Ans : } 251\frac{3}{7} \text{ ச. செ.மீ}$$

- ஒரு உள்ளீட்றற உருளையின் உள் மற்றும் வெளி ஆரங்கள் முறையே 12 செ.மீ மற்றும் 18 செ.மீ என்க. மேலும் அதன் உயரம் 14 செ.மீ எனில் அவ்வுருளையின் வளைபரப்பு மற்றும் மொத்தப் புறப்பரப்பைக் காண்க.

$$\text{Ans : } 3771\frac{3}{7} \text{ ச. செ.மீ}$$

- ஒரு திண்ம நேர்வட்ட உருளையின் அடிப்பக்கப் பரப்பு மற்றும் கன அளவு முறையே 13.86 செ.மீ மற்றும் 69.3 க. செமீ எனில், அவ்வுருளையின் உயரம் மற்றும் வளைபரப்பைக் காண்க

$$\text{Ans : } 66 \text{ ச.செமீ}$$

கோளம்

- 7மீ உள்விட்டமுள்ள ஒரு உள்ளீட்றற கோளத்தினுள் உட்புறமாக ஒரு சர்க்கஸ் வீரர் மோட்டார் சைக்கிளில் சாகசம் செய்கிறார். அந்த சாகச வீரர் சாகசம் செய்யக் கிடைத்திடும் உள்ளீட்றறக் கோளத்தின் உட்புறப்பரப்பைக் காண்க.

உள்ளீட்றற கோளத்தின் உட்புற விட்டம் $2r = 7$ மீ

மோட்டார் சைக்கிள் வீரர், சாகசம் செய்யக் கிடைத்திடும் பரப்பு

$$\begin{aligned} &= \text{கோளத்தின் உட்புற வளைபரப்பு} \\ &= 4\pi r^2 = \pi (2r)^2 \\ &= \frac{22}{7} \times 7^2 \\ &= 154 \text{ ச. செ.மீ.} \end{aligned}$$

- ஒரு திண்ம அரைக்கோளத்தின் மொத்த புறப்பரப்பு 675 பச.செ.மீ எனில் அதன் வளைபரப்பைக் காண்க.

திண்ம அரைக்கோளத்தின் மொத்த புறப்பரப்பு

$$3\pi r^2 = 675 \text{ பச. செ.மீ}$$

$$\begin{aligned} \text{திண்ம அரைக்கோளத்தின் வளைபரப்பு} &= 2\pi \times 225 \\ &= 450 \pi \text{ ச. செ.மீ.} \end{aligned}$$

3. அரைக்கோள வடிவ கிண்ணத்தின் தடிமன் 0. 25 செ.மீ. அதன் உட்புற ஆரம் 5 செ.மீ எனில் அக் கிண்ணத்தின் வெளிப்புற வளைபரப்பைக் காண்க.

r, R மற்றும் W என்பன முறையே அரைக்கோள வடிவ கிண்ணத்தின் உள் ஆரம், வெளி ஆரம் மற்றும் தடிமன் என்க.

$$r = 5 \text{ செ.மீ}, W = 0.25 \text{ செ.மீ}$$

$$\therefore \text{வெளி ஆரம் } R = r + w = 5 + 0.25 = 5.25 \text{ செ.மீ}$$

$$\begin{aligned} \text{வெளிப்புற வளைபரப்பு} &= 2\pi R^2 \\ &= 2 \times \frac{22}{7} \times 5.25 \times 5.25 \\ &= 173.25 \text{ ச. செ.மீ.} \end{aligned}$$

கணஅளவு

1. 8.4 செ.மீ விட்டம் கொண்ட ஒரு கோளவடிவ திண்ம உலோக எறிகுண்டின் கண அளவைக் காண்க.

r என்பது திண்ம கோளவடிவ உலோக எறி ஆண்டின் ஆரம் என்க.

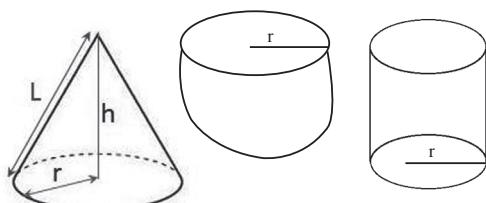
$$\text{ஆகவே, } 2r = 8.4 \text{ செ.மீ} \Rightarrow r = 4.2 \text{ செ.மீ}$$

$$\begin{aligned} \text{உலோக எறிகுண்டின் கண அளவு } V &= \frac{4}{3}\pi r^3 \\ &= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times \frac{42}{10} \times \frac{42}{10} \times \frac{42}{10} \\ &= 310.464 \text{ க. செ.மீ} \end{aligned}$$



2. ஒரு கூம்பு, ஒரு அரைக்கோளம், மற்றும் ஒரு உருளை ஆகியன சம அடிப்பரப்பினைக் கொண்டுள்ளன. கூம்பின் உயரம், உருளையின் உயரத்திற்கு சமமாகவும், மேலும் இவ்வயரம் அவற்றின் ஆரத்திற்கு சமமாகவும் இருந்தால் இம்மூன்றின் கணஅளவுகளுக்கிடையே உள்ள விகிதத்தைக் காண்க.

r என்பது கூம்பு, அரைக்கோளம் மற்றும் உருளையின் பொதுவான ஆரம் என்க



h என்பது சூம்பு மற்றும் உருளையின் உயரம் என்க.

எனவே, $r = h$ ஆகும்

V_1, V_2 மற்றும் V_3 என்பன முறையே சூம்புஇ அரைக்கோளம் மற்றும் உருளையின் கணஅளவுகளை குறிக்கட்டும்.

$$V_1 : V_2 : V_3 = \frac{1}{3}\pi r^2 h : \frac{2}{3}\pi r^2 : \pi r^2 h$$

$$\text{இப்போது} \quad = \frac{1}{3}\pi r^2 : \frac{2}{3}\pi r^3 : \pi r^2 [r = h]$$

$$V_1 : V_2 : V_3 = \frac{1}{3} : \frac{2}{3} : 1$$

$$V_1 : V_2 : V_3 = \frac{1}{3} : \frac{2}{3} : 1 \\ = \frac{1}{3}\pi r^2 : \frac{2}{3}\pi r^3 : \pi r^2 [r = h]$$

$$V_1 : V_2 : V_3 = \frac{1}{3} : \frac{2}{3} : 1$$

ஆகவே, கணஅளவுகளின் விகிதம் $1 : 2 : 3$.

3. ஒரு திண்மக் கோளத்தின் கண அளவு $7241\frac{1}{7}$ க. செ.மீ எனில், அதன் ஆரத்தைக் காண்க.

r மற்றும் V என்பன முறையே கோளத்தின் ஆரம் மற்றும் கண அளவு என்க.

$$V = 7241\frac{1}{7} \text{ க. செ.மீ}$$

$$\frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{50688}{7}$$

$$\frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times r^3 = \frac{50688}{7}$$

$$r^3 = 1728 = 4^3 \times 3^3$$

$$r = 12 \text{ செ.மீ}$$

4. ஒரு உள்ளீட்டற் கோளத்தின் கன அளவு $\frac{11352}{7}$ க. செ.மீ. மற்றும் அதன் வெளி ஆரம்

8 செ.மீ எனில் இ அக்கோளத்தின் உள்ஆரத்தைக் காண்க.

R மற்றும் r என்பன முறையே உள்ளீட்டற் கோளத்தின் வெளி மற்றும் உள்ஆரங்கள் என்க.

V என்பது அக்கோளத்தின் கன அளவு என்க.

$$\text{ஆகவே, கன அளவு } V = \frac{11352}{7} \text{ க. செ.மீ}$$

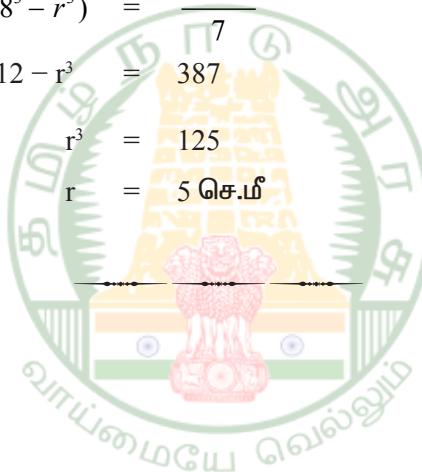
$$\frac{4}{3} \pi (R^3 - r^3) = \frac{11352}{7}$$

$$\frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times (8^3 - r^3) = \frac{11352}{7}$$

$$512 - r^3 = 387$$

$$r^3 = 125$$

$$r = 5 \text{ செ.மீ}$$



காலம் மற்றும் வேலை (TIME & WORK)

- ஒருவர் ஒரு வேலையை ‘n’ நாட்களில் முடித்தால், ஒரு நாளில் $\frac{1}{n}$ வேலையை முடிப்பார். எடுத்துக்காட்டாக ஒருவர் ஒரு வேலையை 4 நாட்களில் முடித்தால், அவர் ஒரு நாளில் அவ்வேலையில் $\frac{1}{4}$ பாகம் செய்து முடிப்பார்.
- ஒருவர் ஓர் நாளில் முடிக்கும் வேலையின் பகுதி கொடுக்கப்பெற்றால்,

$$\text{அவ் வேலை முடிக்க ஆகும் மொத்த நாட்கள்} = \frac{1}{\text{ஒரு நாளின் வேலை}}$$

எடுத்துக்காட்டாக, ஒருவர் ஒரு நாளில் $\frac{1}{10}$ பாகம் வேலை செய்தால், அவர் அவ்வேலையை $\frac{1}{\frac{1}{10}} = 1 \times \frac{10}{1} = 10$ நாட்களில் முடிப்பார்.

- A என்பவர் ஒரு வேலையை 20 நாட்களிலும், B என்பவர் அதே வேலையை 30 நாட்களிலும் செய்து முடிப்பார்கள். அவ்விருவரும் சேர்ந்து அவ்வேலையைச் செய்து முடிக்க எத்தனை நாட்கள் ஆகும்?

$$\begin{aligned} \text{ஒரு நாளில் A செய்யும் வேலை} &= \frac{1}{20} \\ \text{ஒரு நாளில் B செய்யும் வேலை} &= \frac{1}{30} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ஒரு நாளில் A, B இருவரும் சேர்ந்து செய்யும் வேலை} &= \frac{1}{20} + \frac{1}{30} = \frac{5}{60} \\ &= \frac{1}{12} \text{ பகுதி வேலை} \end{aligned}$$

$$\therefore A, B \text{ இருவரும் சேர்ந்து அவ்வேலையை, } \frac{\frac{1}{1}}{\frac{12}{12}} = 12 \text{ நாட்களில் செய்து முடிப்பார்}$$

2. ஒரு வேலையை A, B இருவரும் சேர்ந்து 8 நாட்களில் முடிப்பார், A மட்டும் அவ்வேலையை 12 நாட்களில் முடிப்பார். B மட்டும் அவ்வேலையை எத்தனை நாட்களில் முடிப்பார்?

$$A, B \text{ இஇருவரும் சேர்ந்து முடிக்கும் வேலை} = \frac{1}{8} \text{ பாகம்}$$

$$\text{ஒரு நாளில் யு மட்டும் செய்யும் வேலை} = \frac{1}{12} \text{ பாகம்}$$

$$\text{ஒரு நாளில் கூட மட்டும் செய்யும் வேலை} = \frac{1}{8} - \frac{1}{12}$$

$$= \frac{3-2}{24} = \frac{1}{24}$$

$$\begin{aligned} B \text{ மட்டும் அவ்வேலையை செய்து \\ முடிக்க ஆகும் காலம்} &= \frac{1}{\frac{1}{24}} = 24 \text{ நாட்கள்} \end{aligned}$$

3. A ஒரு வேலையை 12 நாட்களில் செய்து முடிப்பார், B அதே வேலையை 20 நாட்களில் செய்து முடிப்பார். A, B இருவரும் சேர்ந்து அவ்வேலையை 3 நாட்கள் செய்தனர். பின் A சென்று விட்டார். மீதி வேலையை B எத்தனை நாட்களில் முடிப்பார்?

$$A \text{ ஒரு நாளில் முடிக்கும் வேலை} = \frac{1}{12}$$

$$B \text{ ஒரு நாளில் முடிக்கும் வேலை} = \frac{1}{20}$$

$$\begin{aligned} A, B \text{ இருவரும் சேர்ந்து ஒரு நாளில் முடிக்கும் வேலை} &= \frac{1}{12} + \frac{1}{20} \\ &= \frac{5+3}{60} = \frac{8}{60} = \frac{2}{15} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 A, B \text{ இருவரும் சேர்ந்து } 3 \text{ நாளில் முடிக்கும் வேலை} &= \frac{2}{15} \times 3 = \frac{2}{5} \text{ பாகம்} \\
 \text{மீதமுள்ள வேலை} &= 1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5} \text{ பாகம்} \\
 \text{மீதமுள்ள வேலையை } B \text{ முடிக்க ஆகும் நாட்கள்} &= \frac{\frac{3}{5}}{\frac{1}{20}} \\
 &= \frac{3}{5} \times \frac{20}{1} \\
 &= 12 \text{ நாட்கள்}
 \end{aligned}$$

\therefore மீதமுள்ள வேலையை 12 நாட்களில் B செய்து முடிப்பார்.

4. A,B இருவரும் ஒரு வேலையை 12 நாட்களில் செய்து முடிப்பார், B, C அதே வேலையை 15 நாட்களில் செய்து முடிப்பார். ஊழிய அதே வேலையை 20 நாட்களில் செய்து முடிப்பார். மூவரும் சேர்ந்து மற்றும் தனித்தனியாகவும் அவ்வேலையை எத்தனை நாட்களில் செய்து முடிப்பார்?

$$\begin{aligned}
 A, B \text{ ஒரு நாளில் செய்யும் வேலை} &= \frac{1}{12} \text{ பாகம்} \\
 B, C \text{ ஒரு நாளில் செய்யும் வேலை} &= \frac{1}{15} \text{ பாகம்} \\
 C, A \text{ ஒரு நாளில் செய்யும் வேலை} &= \frac{1}{20} \text{ பாகம்} \\
 \text{ஒரு நாளில் } (A+B) + (B+C) + (C+A) &= \frac{1}{12} + \frac{1}{15} + \frac{1}{20} \\
 \text{செய்யும் வேலை} &= \frac{12}{60} \\
 \text{ஒரு நாளில் } (2A+2B+2C) \text{ செய்யும் வேலை} &= \frac{12}{60} \\
 \text{ஒரே நாளில் } 2(A+B+C) \text{ செய்யும் வேலை} &= \frac{12}{60} \\
 \text{ஒரே நாளில் } A, B, C \text{ முடிக்கும் வேலை} &= \frac{1}{2} \times \frac{12}{60} = \frac{1}{10} \text{ பாகம்}
 \end{aligned}$$

A ஒரு நாளில் செய்யும் வேலை

அதவாது $[(A+B+C) \text{ களின் } 1 \text{ நாள் வேலை} - (B+C) \text{ களின் } 1 \text{ நாள் வேலை}]$

$$= \frac{1}{10} - \frac{1}{15} = \frac{3-2}{30} = \frac{1}{30}$$

A அவ்வேலையைத் தனியே 30 நாட்களில் முடிப்பார்.

B ஒரு நாளில் செய்யும் வேலை

அத்வாது $[(A+B+C) \text{ களின் } 1 \text{ நாள் வேலை} - (C+A) \text{ களின் } 1 \text{ நாள் வேலை]$

$$= \frac{1}{10} - \frac{1}{20} = \frac{2-1}{20} = \frac{1}{20}$$

B அவ்வேலையைத் தனியே 20 நாட்களில் முடிப்பார்.

C ஒரு நாளில் செய்யும் வேலை

அத்வாது $[(A+B+C) \text{ களின் } 1 \text{ நாள் வேலை} - (A+B) \text{ களின் } 1 \text{ நாள் வேலை}$

$$= \frac{1}{10} - \frac{1}{12} = \frac{6-5}{60} = \frac{1}{60}$$

C அவ்வேலையைத் தனியே 60 நாட்களில் முடிப்பார்.

5. ஒரு வேலையை 10 நாட்களில், B அதே வேலையை 15 நாட்களில் செய்து முடிப்பார். இருவரும் சேர்ந்து அவ்வேலையை செய்து 1500 ஐ ஈட்டினால், அத்தொகையை எவ்வாறு பிரித்து கொள்வார்.

$$\text{A ஒரு நாளில் செய்யும் வேலை} = \frac{1}{10} \text{ பாகம்}$$

$$\text{B ஒரு நாளில் செய்யும் வேலை} = \frac{1}{15} \text{ பாகம்}$$

$$\text{எனவே அவர்களின் வேலைத்தீர்ண்களின் விகிதம்} = \frac{1}{10} : \frac{1}{15} = 3 : 2$$

$$\text{மொத்தத் தொகை} = 1500$$

$$\text{A இன் பங்கு} = \frac{3}{5} \times 1500 = 900$$

$$\text{B இன் பங்கு} = \frac{2}{5} \times 1500 = 600$$

6. ஒரு தொட்டியை இரு குழாய்கள் தனித்தனியே முறையே 30 நிமிடங்கள், 40 நிமிடங்களில் நிரப்புகின்றது. மற்றொரு குழாய் நீர் நிரம்பிய தொட்டியை 24 நிமிடங்களில் காலி செய்யும். தொட்டி காலியாக இருந்து இம்முன்று குழாய்களும் ஒரே சமயத்தில் திறந்து விடப்பட்டால், அத்தொட்டி எத்தனை நிமிடங்களில் நிரம்பும்?

$$\text{முதல் குழாய் } 1 \text{ நிமிடத்தில் அத்தொட்டியை நிரப்பும் பாகம்} = \frac{1}{30}$$

$$\text{இரண்டாம் குழாய் } 1 \text{ நிமிடத்தில் அத்தொட்டியை நிரப்பும் பாகம்} = \frac{1}{40}$$

மூன்றாம் குழாய் 1 நிமிடத்தில் நீர் நிரம்பிய தொட்டியை காலி செய்யும் பாகம் = $\frac{1}{24}$
ஒரே சமயத்தில் இம்மூன்று குழாய்களையும் திறந்து விட்டால்,

$$\begin{aligned} 1 \text{ நிமிடத்தில் தொட்டியில் நிரம்பும் பாகம்} &= \frac{1}{30} + \frac{1}{40} - \frac{1}{24} \\ &= \frac{4+3-5}{120} = \frac{2}{120} = \frac{1}{60} \\ \text{எனவே, அத்தொட்டி நிரம்பும் காலம்} &= \frac{1}{\frac{1}{60}} = 60 \text{ நிமிடங்கள்} \\ &= 1 \text{ மணி} \end{aligned}$$



எண்களின் காரணமாற்றல் (LOGICAL NUMBER)

புதிர் கணக்குகள் (PUZZLE)

- இந்தப் பகுதியில் கேட்கப்படும் வினாவானது ஒரு வட்ட வடிவ பகுதியை சுற்றி உள்புறமாக வெளிப்புறமாக அமர்ந்துள்ளனர் என கேட்கப்பட்டிருக்கும். மேலும் அவர்கள் அமர்ந்திருக்கும் முறை பற்றிய சில தகவல்கள் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும். தேர்வாளர்கள் அந்த தகவல்களைக் கொண்டு அவர்களின் வரிசை முறையைக் கண்டறிந்து அதன் கீழே கேட்கப்படும் வினாக்களுக்கு பதிலளிக்க வேண்டும்.

கணக்குகள்

(வினா எண் : 1- 5) பின்வரும் தகவல்களை கவனமாக படித்து அதன் கீழே உள்ள கேள்விகளுக்கு தகுந்த விடையளிக்கவும்

- (i) P,Q,R,S,T,U மற்றும் V ஆகியோர் வட்ட வடிவில் வட்டத்தின் மையத்தை நோக்கி அமர்ந்துள்ளனர்
- (ii) P என்பவர் V மற்றும் S -க்கு நடுவில் அமர்ந்துள்ளார்
- (iii) R என்பவர் S க்கு வலப்புறம் இரண்டாவதாக அமர்ந்துள்ளார் மேலும், Q மற்றும் U- விற்கு நடுவில் R அமர்ந்துள்ளார்
- (iv) Q என்பவர் T க்கு அருகில் இல்லை

1. பின்வருவனவற்றுள் எது சரி?

- (a) V என்பவர் P மற்றும் S -க்கு நடுவில் அமர்ந்துள்ளார்
- (b) S என்பவர் V க்கு இடப்புறம் இரண்டாவதாக அமர்ந்துள்ளார்
- (c) R என்பவர் P க்கு இடப்புறம் மூன்றாவதாக அமர்ந்துள்ளார்
- (d) P என்பவர் S க்கு உடனே இடப்புறம் அமர்ந்துள்ளார்

விடை = (d) P என்பவர் S க்கு உடனே இடப்புறம் அமர்ந்துள்ளார்

2. T ன் இடம் என்ன?

- (a) R மற்றும் V க்கு நடுவில் அமர்ந்துள்ளார்
- (b) V க்கு உடனே இடப்புறம் அமர்ந்துள்ளார்
- (c) R க்கு இடப்புறம் இரண்டாவதாக அமர்ந்துள்ளார்
- (d) P க்கு வலப்புறம் இரண்டாவதாக அமர்ந்துள்ளார்

விடை = (b) V க்கு உடனே இடப்புறம் அமர்ந்துள்ளார்

3. R மற்றும் U -விற்கு நடுவில் அமர்ந்திருப்பவர் யார்?

- (a) எவரும் இல்லை
- (b) S
- (c) V
- (d) Q

விடை : (a) எவரும் இல்லை

4. பின்வருவனவற்றுள் எது தவறு?

- (a) R என்பவர் U -விற்கு உடனே இடப்புறம் அமர்ந்துள்ளார்
- (b) Q என்பவர் R க்கு உடனே இடப்புறம் அமர்ந்துள்ளார்
- (c) T என்பவர் Q க்கு வலப்புறம் மூன்றாவதாக அமர்ந்துள்ளார்
- (d) U என்பவர் T க்கு இடப்புறம் இரண்டாவதாக அமர்ந்துள்ளார்

விடை = (d) U என்பவர் T க்கு இடப்புறம் இரண்டாவதாக அமர்ந்துள்ளார்

5. பின்வரும் ஜோடிகளில் இரண்டு நபர்கள் உள்ளனர். அவர்களில் முதல் நபருக்கு அடுத்த வலப்புறம் இரண்டாவது நபர் அமர்ந்திருக்கிறார் அது எந்த ஜோடி?

- (a) QS
- (b) PV
- (c) RU
- (d) VT

விடை : (c) RU

(வினா எண் : 6-10) பின்வரும் தகவல்களை கவனமாக படித்து அதன் கீழே உள்ள வினாக்களுக்கு தகுந்த பதில் அளிக்கவும்

- (i) P,Q,R,S,T,U மற்றும் V ஆகியோர் வட்ட வடிவில் வட்டத்தின் மையத்தை நோக்கி அமர்ந்துள்ளனர்
- (ii) T மற்றும் S -க்கு நடுவில் P அமர்ந்துள்ளார்
- (iii) Q மற்றும் V க்கு நடுவில் U அமர்ந்துள்ளார்
- (iv) Q என்பவர் T க்கு வலப்புறம் இரண்டாவதாக அமர்ந்துள்ளார்

6. பின்வருவனவற்றில் எது தவறு?

- (a) S என்பவர் V க்கு உடனடியாக அருகில் உள்ளார்
- (b) R என்பவர் T க்கு உடனடியாக அருகில் உள்ளார்
- (c) Q என்பவர் R க்கு உடனடியாக அருகில் உள்ளார்
- (d) T என்பவர் S க்கு உடனடியாக அருகில் உள்ளார்

விடை = (d) T என்பவர் S க்கு உடனடியாக அருகில் உள்ளார்

7. பின்வரும் எந்த ஜோடியில் முதல் நபர், இரண்டாவது நபருக்கு வலப்புறம் இரண்டாவதாக அமர்ந்துள்ளார்.

- (a) TS
- (b) US
- (c) RU
- (d) PR

விடை : (a) TS

8. பின்வரும் எந்த ஜோடியில் இரண்டாவது நபர், முதல் நபருக்கு உடனடியாக இடப்புறம் அமர்ந்துள்ளார்.

- (a) PT
- (b) RQ
- (c) UV
- (d) மேற்கண்ட எதுவுமில்லை

விடை : (d) மேற்கண்ட எதுவுமில்லை

9. R ன் இடம் எது?

- (a) கண்டுபிடிக்க இயலாது
- (b) Q மற்றும் T க்கு நடுவில்
- (c) Q -க்கு வலப்புறம் இரண்டாவதாக
- (d) மேற்கண்ட எதுவுமில்லை

10. V என்பவர்?

- (a) P ன் இடப்புறம் இரண்டாவதாக அமர்ந்துள்ளார்
- (b) P மற்றும் U -விற்கு நடுவில் அமர்ந்துள்ளார்
- (c) T க்கு இடப்புறம் நான்காவதாக அமர்ந்துள்ளார்
- (d) மேற்கண்ட எதுவுமில்லை

விடை = (a) P ன் இடப்புறம் இரண்டாவதாக அமர்ந்துள்ளார்

பயிற்சி கணக்குகள்

1. L,M,N மற்றும் P ஆகியோர் ஒரு வட்ட மேஜையில் மையத்தை நோக்கி அமர்ந்துள்ளனர். L என்பவர் N க்கு உடனே இடப்புறம் அமர்ந்துள்ளனர். L என்பவர் N மற்றும் M க்கு நடுவில் அமர்ந்துள்ளார். எனில், M-ன் இடம் என்ன?
 - (a) L -க்கு அடுத்த இடப்புறம்
 - (b) P க்கு அடுத்த வலப்புறம்
 - (c) N -க்கு வலப்புறம்
 - (d) L மற்றும் P-க்கு நடுவில்

2. சச்சின், மீனாவிற்கு அருகில் (உடனே) இடப்புறம் அமர்ந்துள்ளார். ஆனால் பாரதிக்கு அடுத்தாற்போல் அமரவில்லை. பர்வீன் என்பவர் பாரதிக்கு வலப்புறம் அமர்ந்துள்ளார். இவர்கள் நால்வரும் வட்ட வடிவில் அமர்ந்துள்ளனர் எனில், மீனாவிற்கு அருகில் (உடனே) வலப்புறம் அமர்ந்திருப்பவர் யார்?
 - (a) பர்வீன்
 - (b) பாரதி
 - (c) சச்சின்
 - (d) மீனா

(வினா எண் : 3-5) பின்வரும் தகவல்களை கவனமாக படித்து அதன் கீழே உள்ள கேள்விகளுக்கு விடை அளிக்கவும்

 - (i) A,B,C,D மற்றும் E ஆகியோர் வட்ட வடிவில் வட்டத்தின் மையத்தை நோக்கி அமர்ந்துள்ளனர்
 - (ii) A மற்றும் B -க்கு அருகில் C அமர்ந்துள்ளார்
 - (iii) B -க்கு அருகில் (உடனே) இடப்புறமாக E அமர்ந்துள்ளார்

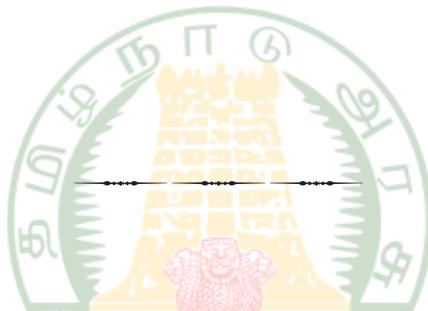
3. D -ன் இடம் என்ன ?
 - (a) E -ன் அருகில் (உடனே) வலப்புறம் அமர்ந்துள்ளார்
 - (b) B -ன் வலப்புறம் மூன்றாவதாக அமர்ந்துள்ளார்
 - (c) C -ன் இடப்புறம் இரண்டாவதாக அமர்ந்துள்ளார்
 - (d) மேற்கண்ட எதுவும் இல்லை

4. பின்வருவனவற்றுள் எது சரி?

- (a) A என்பவர் B க்கு இடப்புறம் இரண்டாவதாக அமர்ந்துள்ளார்
- (b) B என்பவர் D க்கு இடப்புறம் இரண்டாவதாக அமர்ந்துள்ளார்
- (c) D என்பவர் A மற்றும் E க்கு நடுவில் அமர்ந்துள்ளார்
- (d) C என்பவர் E க்கு இடப்புறம் இரண்டாவதாக அமர்ந்துள்ளார்

5. பின்வருவனவற்றுள் எது தவறு?

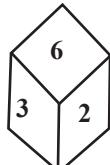
- (a) D என்பவர் C க்கு வலப்புறம் இரண்டாவதாக அமர்ந்துள்ளார்
- (b) A என்பவர் E க்கு வலப்புறம் இரண்டாவதாக அமர்ந்துள்ளார்
- (c) A என்பவர் C மற்றும் D க்கு நடுவில் அமர்ந்துள்ளார்
- (d) மேற்கண்ட எதுவும் இல்லை



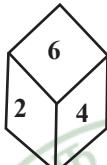
1	2	3	4	5
d	b	b	c	b

பகுட

1. நான்கு நிலைகள் கொண்ட கனசதுரம் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது "6" க்கு எதிராக உள்ள எண்ணைக் காண்க.



(i)



(ii)

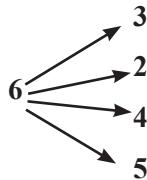


(iii)



(iv)

(a) 1



(b) 2

(c) 3

(d) 4

1 இல்லை கெட்கு எதிர் 1 மட்டுமே

விடை = a

2. கொடுக்கப்பட்டுள்ள கனசதுரத்தில் மூன்று புள்ளிகளுக்கு எதிராக எத்தனை புள்ளிகள் உள்ளன?



(i)

(a) 2



(ii)

(b) 4



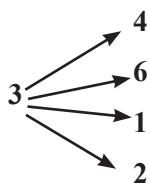
(iii)

(c) 5



(iv)

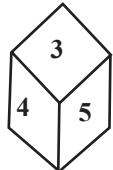
(d) 6



3 புள்ளிகளுக்கு எதிராக அமைவது 5 மட்டுமே

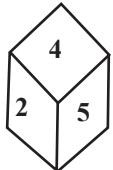
விடை = c

3. நான்கு நிலைகள் கொண்ட கனசதுரம் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. "6"க்கு எதிராக உள்ள எண்ணைக் காண்க.



(i)

(a) 1



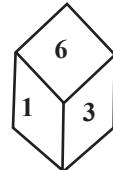
(ii)

(b) 2



(iii)

(c) 4



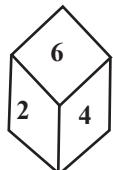
(iv)

(d) 5

6 என்ற எண்ணுக்கு எதிராக அமைவது 4

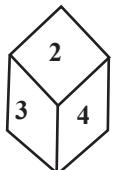
விடை = c

4. நான்கு நிலைகள் கொண்ட கனசதுரம் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. "2"க்கு எதிராக உள்ள எண்ணைக் காண்க.



(i)

(a) 3



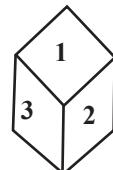
(ii)

(b) 4



(iii)

(c) 5



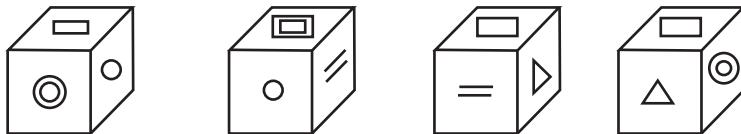
(iv)

(d) 6



விடை = c

கேள்விகள் : 5 - 7 நான்கு நிலைகள் கொண்ட கனசதுரம் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது .



5. பக்டை 4ன் அடிப்பக்க குறியீடு என்ன



விடை = d

6. = குறியீட்டின் எதிர்பக்கம் என்ன?



விடை = c

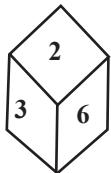
7. Δ குறியீட்டின் எதிர்பக்கம் என்ன?



விடை = a

பயிற்சி வினாக்கள்

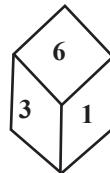
1. நான்கு நிலைகள் கொண்ட கனசதுரம் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது "3"க்கு எதிராக உள்ள எண்ணைக் காண்க.



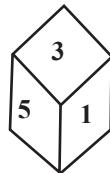
(i)



(ii)



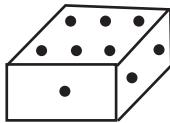
(iii)



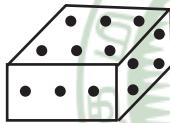
(iv)

- (a) 6 (b) 4 (c) 3 (d) 2

2. இரண்டு நிலைகள் கொண்ட கனசதுரம் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. "6" என்ற எண் அடிப்பக்கம் அமைந்தால், மேலே என்ன எண் இருக்கும்?



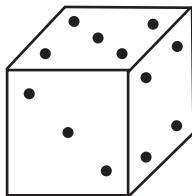
(i)



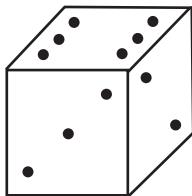
(ii)

- (a) 1 (b) 2 (c) 4 (d) 5

3. இரண்டு நிலைகள் கொண்ட கனசதுரம் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. "1" என்ற எண் அடிப்பக்கம் அமைந்தால், மேலே என்ன எண் இருக்கும்?



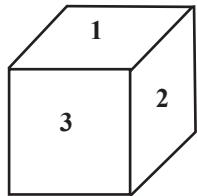
(i)



(ii)

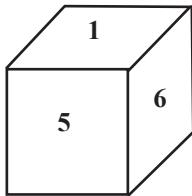
- (a) 2 (b) 3 (c) 4 (d) 5

4. இரண்டு நிலைகள் கொண்ட கனசதுரம் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. “4” என்ற எண் அடிப்பக்கம் அமைந்தால், மேலே என்ன எண் இருக்கும்?



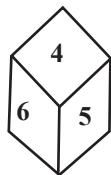
(i)

- (a) 1 (b) 2 (c) 5 (d) 6



(ii)

5. இரண்டு நிலைகள் கொண்ட கனசதுரம் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. “4” என்ற எண் அடிப்பக்கம் அமைந்தால், மேலே என்ன எண் இருக்கும்?



(i)

- (a) 5 (b) 3 (c) 2 (d) 1



(ii)



(iii)

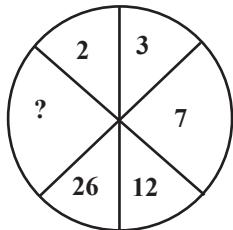


(iv)

1	2	3	4	5
a	d	b	a	d

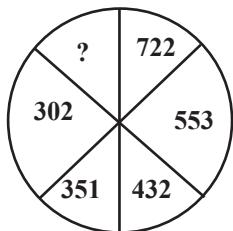
யட வரிசைகள்

1.



$$\begin{aligned}
 2 \times 2 &= 4 - 1 = 3 \\
 3 \times 2 &= 6 + 1 = 7 \\
 7 \times 2 &= 14 - 2 = 12 \\
 12 \times 2 &= 24 + 2 = 26 \\
 26 \times 2 &= 52 - 3 = 49
 \end{aligned}$$

2.



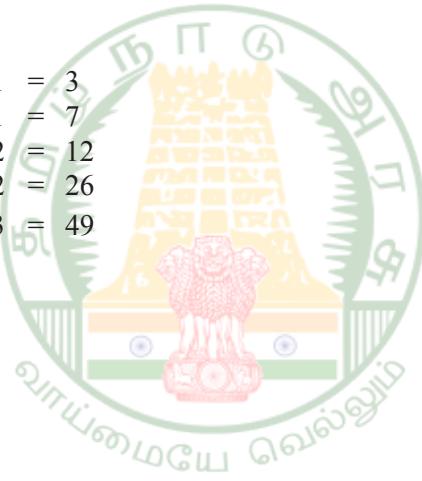
$$\begin{aligned}
 722 - 13^2 &= 553 & 351 - 7^2 &= 302 \\
 553 - 11^2 &= 432 & 302 - 5^2 &= 277 \\
 432 - 9^2 &= 351
 \end{aligned}$$

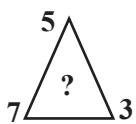
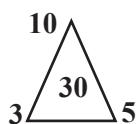
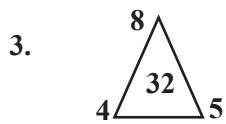
மற்றொரு முறை

$$\begin{aligned}
 722 - 553 &= 169 = 13^2 \\
 553 - 432 &= 121 = 11^2 \\
 432 - 351 &= 81 = 9^2 \\
 351 - 302 &= 49 = 7^2
 \end{aligned}$$

$$\text{எனில் } 302 - x = 25$$

$$x = 302 - 25 = 227$$

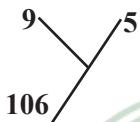
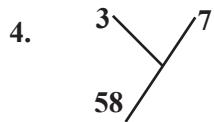




$$5 \times 8 \times 4 = 160/5 = 32$$

$$10 \times 5 \times 3 = 150/5 = 30$$

$$7 \times 5 \times 3 = 105/5 = 21$$



$$3^2 + 7^2 = 58$$

$$9^2 + 5^2 = 106$$

$$7^2 + 9^2 = 130$$

5.

21	56	70
45	87	84
115	180	?

$$56 - 21 = 35 \times 2 = 70$$

$$87 - 45 = 42 \times 2 = 84$$

$$180 - 115 = 65 \times 2 = 130$$

6.

$\frac{7}{?} \quad \frac{8}{9}$	$\frac{13}{206} \quad \frac{15}{17}$	$\frac{11}{119} \quad \frac{13}{12}$
---------------------------------	--------------------------------------	--------------------------------------

$$13 \times 17 - 15 = 206$$

$$11 \times 12 - 13 = 119$$

$$7 \times 9 - 8 = 55$$

7.

41	43	4
47	53	36
?	61	4

$$43 - 41 = 2 = 2^2 = 4$$

$$53 - 47 = 6 = 6^2 = 36$$

$$59 - 61 = 2 = 2^2 = 4$$

8.

4	9	25
49	?	361
121	169	289

எல்லாமே பகா எண்ணின் வர்க்க மூலம் $= 2^2, 3^2, 5^2, 7^2, 11^2$

$$13^2, 17^2, 19^2, (23^2 = 519)$$

9.

190	21	13
160	16	12
130	?	11

$$13^2 + 21 = 190$$

$$12^2 + 16 = 160$$

$$11^2 + 9 = 130$$

10.

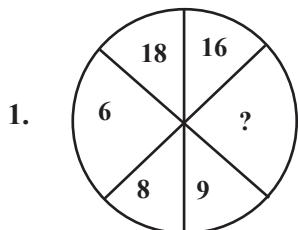
4	7	7
5	6	161
7	2	347

$$5^3 + 6^2 = 161$$

$$7^3 + 2^2 = 347$$

$$4^3 + 7^2 = 113$$

பயிற்சி கணக்குகள்



1.

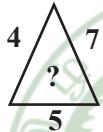
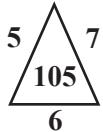
(a) 13

(b) 12

(c) 15

(d) 16

2.



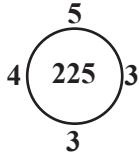
(a) 50

(b) 60

(c) 70

(d) 80

3.



(a) 285

(b) 289

(c) 290

(d) 291

4.

57		75
	?	
17		17

33		17
	35	
54		36

45		66
	45	
35		34

(a) 35

(b) 45

(c) 55

(d) 65

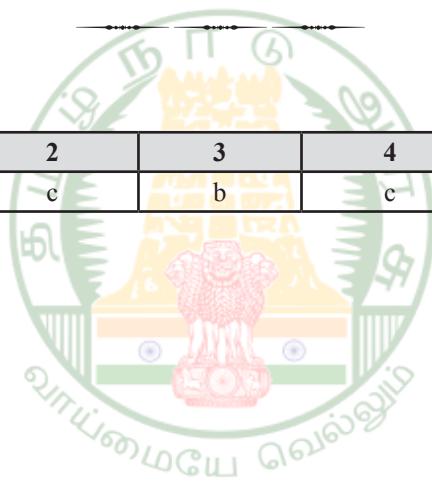
5.

158	300	233
591	?	646

- (a) 220 (b) 230 (c) 240 (d) 250

விடை = a

1	2	3	4	5
b	c	b	c	a



ஆல்பா எண் வரிசை (ALPHA NUMBER SERIES)

1. I என்பது \$ என்றும், 5 என்பது % என்றும் 9 என்பது * என்றும், 3 என்பது + என்றும், 7 என்பது # என்றும் மற்றும் 4 என்பது ? என்றும் குறியிடப்பட்டால் 435971 என்பதை எவ்வாறு குறியிடப்பட வேண்டும்?

(a) ?+%*#\$ (b) ?+*#%\$ (c) \$?+%*# (d) ?+*%#\$

விடை = (b)

2. ஒரு குறிப்பிட்ட சங்கேத மொழியில் “make and break” என்பது “te ne se” என்றும், “break the glass” என்றும் “ne he me” என்றும், “glass in beautiful” என்பது, “he je de” என்றும் குறியிடப்பட்டால் “and” என்பதன் குறியீட்டு மொழி எது?

(a) ne (b) te (c) se (d) te அல்லது se

விடை = (a)

3. ஒரு குறிப்பிட்ட சங்கேத மொழியில் “lovely garden” என்பது “op ne” என்றும், “garden free” என்றும் “op ja” என்றும் மற்றும் “free resort” என்பது “ja ws” என்றும் குறியிடப்பட்டால் “LOAN” என்பதன் குறியீட்டு மொழி எது?

(a) op (b) ws (c) ne (d) te

விடை = (d)

4. ஒரு குறிப்பிட்ட சங்கேத மொழியில் “she is busy” என்பது “ka ta jo” என்றும், “she has gone” என்றும் “pa ta ma” என்றும், “days are gone” என்பது “bo la pa” என்றும் குறிப்பிடுகையில் “has” என்பதன் குறியீட்டு மொழி எது?

(a) ka (b) ma (c) ta (d) ta அல்லது ma

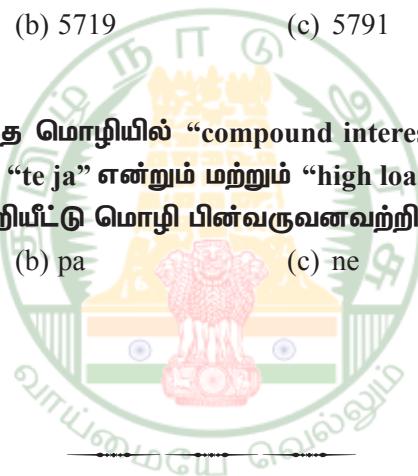
விடை = (b)

5. சங்கேத மொழியில் “FIVE” என்பது “GHWD” என்று குறியிடப்பட்டால் “HURT” என்பது எவ்வாறு குறியிடப்படும்?

(a) GTSS (b) ITST (c) ITSS (d) ITQU

விடை = (b)

பயிற்சி கணக்குகள்



1	2	3
b	d	b

எழுத்து வரிசை

1. a b b _ b a a _ a _ b a b _ a b a

(a) abab

(b) bbbaa

(c) abba

(d) aabb

தீர்வு :

கொடுக்கப்பட்ட எழுத்து வரிசையானது abb ab abb ab aab " என்ற முறையில் உள்ளது எனத் தெரிகிறது. எனவே கோடிட்ட இடத்தில், abba என்ற எழுத்துக்கள் வர வேண்டும்.

விடை = (c) abba

2. ab _ d _ bcd _ abcde _ ab

(a) ceeaa

(b) caea

(c) aceb

(d) caef

தீர்வு :

கொடுக்கப்பட்ட எழுத்து வரிசையானது abcd abcde abcdef abc என்ற முறையில் உள்ளது எனத் தெரிகிறது. எனவே கோடிட்ட இடங்களில். caef என்ற எழுத்துக்கள் வர வேண்டும்.

விடை = (d) caef

3. x _ z z _ _ y z _ x y _ u

(a) yuzzz

(b) yuxuz

(c) xyzuz

(d) xyxzu

தீர்வு :

கொடுக்கப்பட்ட எழுத்து வரிசையானது xyzu xyzu xyzu xyzu என்ற முறையில் உள்ளது எனத் தெரிகிறது. எனவே கோடிட்ட இடங்களில். yuxuz என்ற எழுத்துக்கள் வர வேண்டும்.

விடை = (b) yuxuz

4. _ bccb _ cccb _ bcccc _ bbb

(a) bccb

(b) cbcb

(c) ccbb

(d) cbcb

தீர்வு :

_ bccb _ cccb _ bccc _ bbb cc (2) ccc (3) cccc (4) என வந்துள்ளது. எனவே முதல் c (1) என தொடங்க வேண்டும். அதன்படி cb ccbb cccbbb ccccb என வரவேண்டும். எனவே விடை cbcb என இருக்க வேண்டும்.

விடை = (b) cbcb

5. _ a _ b _ aabb _ ab _ a

- (a) aaabb (b) ababb (c) babaa (d) babab

தீர்வு :

கொடுக்கப்பட்டவைகளில் a, b என்ற இரண்டு எழுத்துக்களே மாறிமாறி வருகின்றது. ba ab ba ab என்று தொடர் அமைய வேண்டும். எனவே விடை D ஆகும்.

விடை = (d) babab

6. _ tu _ rt _ s _ usrtu _

- (a) rtusru (b) rsutrr (c) rsurtr (d) rsurts

தீர்வு :

இந்த தொடர் rtus rtus rtus rtus என்று வருவதை காணலாம்.

விடை = (d) rsurts

7. m _ nm _ n _ an _ a _ ma

- (a) aamman (b) aammn (c) ammanm (d) amammn

தீர்வு :

இம்மாதிரியான வினாக்களில் கொடுக்கப்பட்ட தொடர்களில் உள்ள எழுத்துக்களை பயன்படுத்தி ஒரு தொடர் அல்லது ஒரு வார்த்தையை முதலில் உருவாக்கிக் கொள்ள வேண்டும். இந்தத் தொடர் man man man man என்று வருவதைக் காணலாம்.

விடை = (b) aammn

8. _ bc _ ca _ aba _ c _ ca

- (a) abcbb (b) bbbcc (c) bacba (d) abbcc

தீர்வு :

இந்தத் தொடர் abc bca cab abc bca cab என்று வருவதைக் காணலாம். இம்மாதிரியான தொடர் Cyclic form என்று அழைக்கப்படும்.

விடை = (a) abcbb

9. c _ bbb _ abbbb _ abbb _

- (a) aabcb (b) abccb (c) abacb (d) bacbb

தீர்வு :

கொடுக்கப்பட்டவைகளில் a, b, c என்ற மூன்று எழுத்துக்களே மாறிமாறி வருகின்றது. மேலும் தொடரில் bbb, bbbb மற்றும் bbb காணப்படுகிறது. அவை அனைத்தும் bbbb, bbbb, bbb என்று இருக்க வேண்டும். மேலும் c என்ற எழுத்து துவக்கத்தில் வருவதால் a என்ற

எழுத்து இடையில் மட்டுமே வர வேண்டும். எனவே தொடர் cabbbb, cabbbb, cabbbb என்று இருக்க வேண்டும். அதன் அடிப்படையில் பார்க்கும் போது விடை B ஆகும்.

விடை = (d) babab

10. pqr_r_r_r_qp_prq

- (a) qppqr (b) qprqp (c) pqpqr (d) qrppq

தீர்வு :

கொடுக்கப்பட்ட எழுத்து வரிசையானது pqr prq rpq prq rpq என்ற முறையில் உள்ளது எனத் தெரிகிறது. எனவே கோடிட்ட இடத்தில் pqprqr என்ற எழுத்துக்கள் வர வேண்டும்.

விடை = (c) pqpqr

11. bc_b_c_b_b_ccb

- (a) bbcb (b) cbbc (c) cbba (d) ccbc

தீர்வு :

கொடுக்கப்பட்ட எழுத்து வரிசையானது bc cb bcc b bc cb என்ற முறையில் உள்ளது எனத் தெரிகிறது. எனவே கோடிட்ட இடத்தில் cbc b என்ற எழுத்துக்கள் வர வேண்டும்.

விடை = (d) cbc b

12. A, C, E, ? I,

- (a) G (b) F (c) H (d) J

தீர்வு :

இத்தொடரில் முதல் வரிசையில் முதல் எழுத்தான் A வந்துள்ளது. அடுத்த எழுத்து B விடுபட்டுள்ளது. பின்பு ஒன் வந்துள்ளது. அடுத்த எழுத்து D விடுபட்டுள்ளது. அடுத்த எடுத்து E வந்துள்ளது. விடுபட வேண்டிய எழுத்து F ஆகும். பின்பு வர வேண்டிய எழுத்து G ஆகும். எனவே விடை G ஆகும்.

விடை = (a) G

13. _aa_ba_bb_ab_aab

- (a) aaabb (b) bbaab (c) babab (d) bbbaa

தீர்வு :

கொடுக்கப்பட்டவைகளில் a, b என்ற இரண்டு எழுத்துக்களே மாறிமாறி வருகின்றது. தொடர் abab அல்லது aabb அல்லது baba அல்லது bbba அல்லது baab என்று ஏதாவது ஒன்றில்

இருக்க வேண்டும். அதன் அடிப்படையில் பார்க்கும் போது aab என்று முடிவடைவதால் baab என்று தொடர் அமைய வேண்டும்.

വിത്ത് = (b) bbaab

- ## 14. JAP, KBQ, LCR, ? NET,

- (a) STU (b) PRS (c) MDS

கீர்வ :

இத்தொடரில் முதல் வரிசையில் முதல் எழுத்தான J வந்துள்ளது. அடுத்த வரிசையில் முதல் எழுத்து K வந்துள்ளது. பின்பு L அடுத்த வரிசையில் வந்துள்ளது அடுத்த எழுத்து M வர வேண்டும். பின் மறையாக N வந்துள்ளது.

இதே போன்று A, B, C வந்துள்ளது. வர வேண்டிய எழுத்து D ஆகும். பின் D வந்துள்ளது. இதே போன்று P, Q, R வந்துள்ளது. வர வேண்டிய எழுத்து S ஆகும். பின் T வந்துள்ளது. எனவே, வரவேண்டிய வரிசை MDS ஆகும்.

വിശ്വാസം = (c) MDS

15. aba ba ab

- (a) abbbb (b) abbab (c) baabb (d) bbabb

தீவிரம்

கொடுக்கப்பட்டவைகளில் a , b என்ற இரண்டு எழுத்துக்களே மாறி வருகின்றது. எனவே இந்த தொடர் $\underline{a} \ b \ a \ b \ a \ \underline{b} \ a \ b$ என்று இருக்க வேண்டும். மேலும் ab என்று முடிவதால் குவக்கம் ab என இருக்க வாய்ப்பு உண்டு.

വിന്റ് = (b) abbab

പയിൻശി വിനാക്കൾ

1. **bcd****bc** **d****cab****d** **bcd****bc** **dc** **bd**

କୁଣ୍ଡଳ

கொடுக்கப்பட்ட எழுத்து வரிசையானது abcd bcadcabdabcdbcadocab என்ற முறையில் உள்ளது எனத் தெரிகிறது. எனவே கோடிட்ட இடத்தில், aaaa என்ற எழுத்துக்கள் வரவேண்டும்.

2. abab a ba bbb

(a) bbab

(b) bbbb

(c) abbb

(d) abba

தீர்வு :

கொடுக்கப்பட்ட எழுத்து வரிசையானது ababbabbabbbbb என்ற முறையில் உள்ளது எனத் தெரிகிறது. எனவே கோடிட்ட இடத்தில், bbbb என்ற எழுத்துக்கள் வர வேண்டும்.

3. b acbda bd cb a

(a) baadc

(b) dcadc

(c) cbdca

(d) cdacb

கீர்த்தனை

கொடுக்கப்பட்ட எழுத்து வரிசையானது bdacbdacbdacbdac என்ற முறையில் உள்ளது எனத் தெரிகிறது. எனவே கோடிட்ட இடக்கில், dcadc என்ற எழுத்துக்கள் வர வேண்டும்.

4. a bbc aab cca bbcc

(a) bacd

(b) $a^2 b^2 c^2$

(c) aaaba

(d) abba

தீர்மானம்

கொடுக்கப்பட்ட எழுத்து வரிசையானது aabbccaaabbccaaabbcc என்ற முறையில் உள்ளது எனக் கெரிகிறோம். எனவே கோட்டு இடக்கில், acha என்ற ஏழக்குக்கள் வா வேண்டும்.

5. x xxv x xv v

(a) vvxv

(b) vxxxv

(c) xvxxv

(d) vvxxx

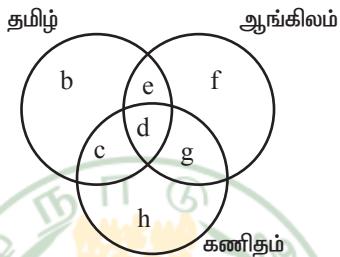
தீர்மானம்

கொடுக்கப்பட்ட எழுத்து வரிசையானது xyxxxxyyxxxxyy என்ற முறையில் உள்ளது எனத் தெரிகிறது. எனவே கோடிட்ட இடக்கில், yyxx என்ற எழுக்குக்கள் வர வேண்டும்.

1	2	3	4	5
a	b	b	b	a

தருக்க முறை காரணமாக்கல்

- வெட்டிக் கொள்ளும் “3” வட்டங்கள் முறையே தமிழ் ஆங்கிலம் கணிதம் படிக்கும் மாணவர்களை குறிக்கும்?



1. கணிதம், ஆங்கிலம் பாடங்களைப் படிக்கும் மற்றும் தமிழ் பாடத்தினை படிக்காதவர்களை குறிப்பது?

(a) c

(b) h

(c) g

(d) e

விடை = c

2. தமிழ் படித்து ஆங்கிலம் மற்றும் கணிதம் பாடங்களை படிக்காதவர்களின் எண்ணிக்கையைக் குறிக்கும் எழுத்து.

(a) d

(b) c

(c) b

(d) e

விடை = c

3. தமிழ் ஆங்கிலம் படித்து கணிதம் படிக்காதவர்களை குறிக்கும் எழுத்து.

(a) e

(b) c

(c) d

(d) g

விடை = a

4. தமிழ் கணிதம் படித்து ஆங்கிலம் படிக்காதவர்களை குறிக்கும் எழுத்து

(a) h

(b) c

(c) f

(d) d

விடை = b

5. அனைத்துப் பாடங்களையும் படிக்கும் மாணவர்களை குறிக்கும் எழுத்து.

(a) g

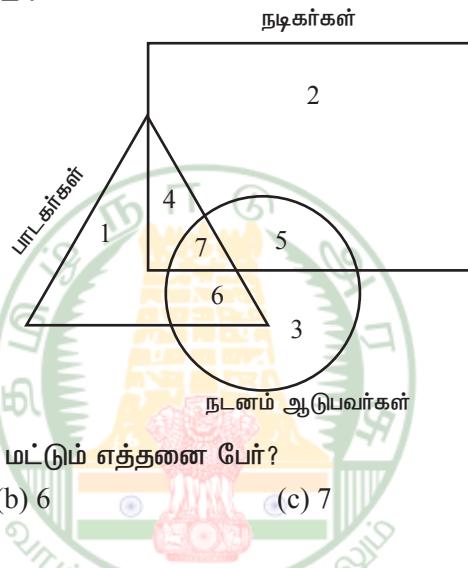
(b) c

(c) h

(d) d

விடை = a

2. வெட்டிக் கொள்ளும் “3” வட்டங்கள் முறையே தமிழ் ஆங்கிலம் கணிதம் படிக்கும் மாணவர்களை குறிக்கும்?



1. நடனம் ஆடுபவர்கள் மட்டும் எத்தனை பேர்?

(a) 3

(b) 6

(c) 7

(d) 5

விடை = a

2. நடிகர்கள் மட்டும் எத்தனை பேர்?

(a) 4

(b) 7

(c) 5

(d) 2

விடை = d

3. பாடகர்கள் மட்டும் எத்தனை பேர்?

(a) 6

(b) 4

(c) 7

(d) 1

விடை = d

4. நடிகர்களில் படாத் தெரிந்தவர்கள் எத்தனை பேர்?

(a) 11

(b) 10

(c) 9

(d) 8

விடை = a

5. நடிகர்களில் நடனம் ஆடத் தெரிந்தவர்கள் எத்தனை பேர்?

(a) 10

(b) 11

(c) 12

(d) 9

விடை = c

6. பாடகர்களில் நடனம் ஆடத் தெரிந்தவர்கள் எத்தனை பேர்?

(a) 10

(b) 11

(c) 12

(d) 13

விடை = d

7. நடிகர், பாடகர், நடனம் போன்ற அனைத்து கலையிலும் சிறந்தவர்கள் எத்தனை பேர்?

(a) 4

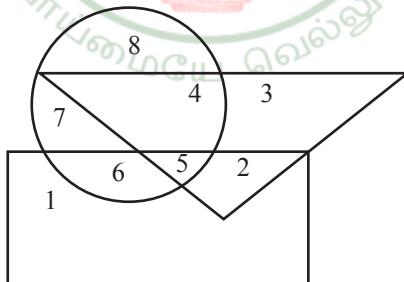
(b) 7

(c) 6

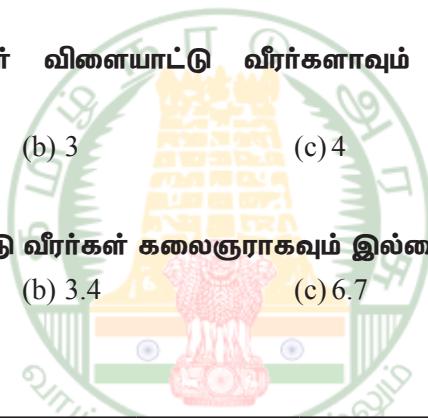
(d) 5

விடை = b

பயிற்சி வினாக்கள்



- (i) முக்கோணத்தில் டாக்டர்களும்
- (ii) வட்டத்தில் விளையாட்டு வீரர்களும்
- (iii) செவ்வகம் கலைஞரையும் குறிக்கிறது எனில், கீழ்க்கண்ட கேள்விகளுக்கு பதிலளிக்கவும்.



1	2	3	4	5
d	b	a	b	d

எழுத்துகள்ன் வரிசை தொடர் (ALPHABETICAL SERIES)

1. TALKED என்பதை TLKEDA எனும் குறியீட்டால் தரப்படின் OBSERVATION எனும் குறியீடு எதனை குறிக்கும்?
TALKED என்ற வார்த்தையானது A, B, C, D, ... என்ற அகர வரிசைப்படி, இறங்கு வரிசையில் TLKEDA என எழுதப்படுகிறது.
அதே போன்று OBSERVATION என்ற வார்த்தையானது இறங்கு வரிசையில் VTSROONIEBA என எழுதப்படும்.
2. WASTED என்பதை ADESTW எனும் குறியீட்டால் தரப்படின் MARKET எனும் குறியீடு எதனை குறிக்கும்?
WASTED என்ற வார்த்தையானது A, B, C, D, ... என்ற அகர வரிசைப்படி, ஏறு வரிசைப்படி, ஏறு வரிசையில் ADESTW என எழுதப்படுகிறது.
அதே போன்று MARKET என்ற வார்த்தையானது ஏறுவரிசையில் AEKMRT என எழுதப்படும்.
3. CAPSULE என்பதை DCSSRJD எனும் குறியீட்டால் தரப்படின் TEACHER எனும் குறியீடு எதனை குறிக்கும்?

C	A	P	S	U	L	E
↓ +1	↓ +2	↓ +3	O	↓ -3	↓ -2	↓ -1
D	C	S	S	R	J	D

இதே போன்று

T	E	A	C	H	E	R
↓ +1	↓ +2	↓ +3	O	↓ -3	↓ -2	↓ -1
U	G	D	C	E	C	Q

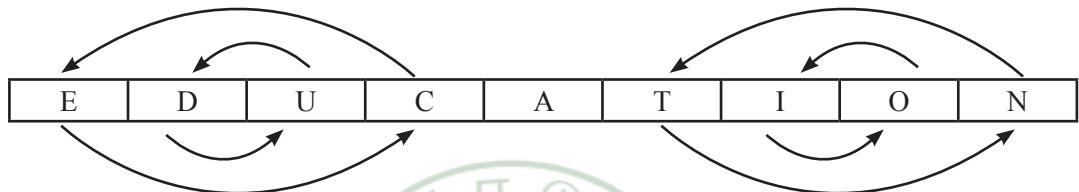
விடை = UCDGECQ

4. CLASSIC என்பதை CISSALC எனும் குறியீட்டால் தரப்படின் DIAMOND எனும் குறியீடு எதனை குறிக்கும்?

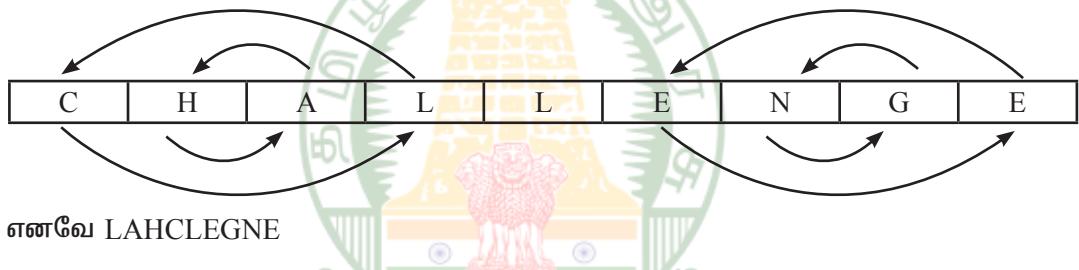
CLASSIC என்ற தொடரானது பின்னால் இருந்து தொடங்கி மாற்றி எழுதப்படுகிறது.

CLASSIC - CISSALC இதே போன்று DIAMOND - DNOMAID

5. EDUCATION என்பதை CUDEANOIT எனும் குறியீட்டால் தரப்படின் CHALLENGE எனும் குறியீடு எதனை குறிக்கும்?



என்ற முறையில் CUDEANOIT என எழுதப்படுகிறது. இதே போன்று



எனவே LAHCLEGNE

6. YOUNG என்பதை ZRZUP எனும் குறியீட்டால் தரப்படின் DREAM எனும் குறியீடு எதனை குறிக்கும்?

Y	O	U	N	G
$\downarrow +1$	$\downarrow +3$	$\downarrow +5$	$\downarrow +7$	$\downarrow +9$
Z	R	Z	U	P

இதே போன்று

D	R	E	A	M
$\downarrow +1$	$\downarrow +3$	$\downarrow +5$	$\downarrow +7$	$\downarrow +9$
E	Y	J	H	V

விடை = EUKHV

7. OPTIMIZED என்பதை QQUKNJBFE எனும் குறியீட்டால் தரப்படின் TAMILNADU எனும் குறியீடு எதனை குறிக்கும்?

O	P	T	I	M	I	Z	E	D
↓ +2	↓ +1	↓ +1	↓ +2	↓ +1	↓ +1	↓ +2	↓ +1	↓ +1
Q	Q	U	K	N	J	B	F	E

இதே போன்று

T	A	M	I	L	N	A	D	U
↓ +2	↓ +1	↓ +1	↓ +2	↓ +1	↓ +1	↓ +2	↓ +1	↓ +1
V	B	N	K	M	O	C	E	V

விடை = VBNKMOCEV

8. EDIT என்பதை FFLX எனும் குறியீட்டால் தரப்படின் MOUSE எனும் குறியீடு எதனை குறிக்கும்?

E	D	IT	N
↓ +1	↓ +2	↓ +3	↓ +4
F	F	L	X

இதே போன்று

M	O	U	S	E
↓ +1	↓ +2	↓ +3	↓ +4	↓ +5
N	Q	X	W	J

விடை = NQXWJ

9. FARMER என்பதை EBQNDS எனும் குறியீட்டால் தரப்படின் AGRICULTURE எனும் குறியீடு எதனை குறிக்கும்?

F	A	R	M	E	R
↓ -1	↓ +1	↓ -1	↓ +1	↓ -1	↓ +1
E	B	Q	N	D	S

இதே போன்று

A	G	R	I	C	U	L	T	U	R	E
$\downarrow -1$	$\downarrow +1$	$\downarrow +1$	$\downarrow +1$	$\downarrow -1$						
Z	H	Q	J	B	V	K	U	T	S	D

വിസ്ത = ZHQJBVKUTSD

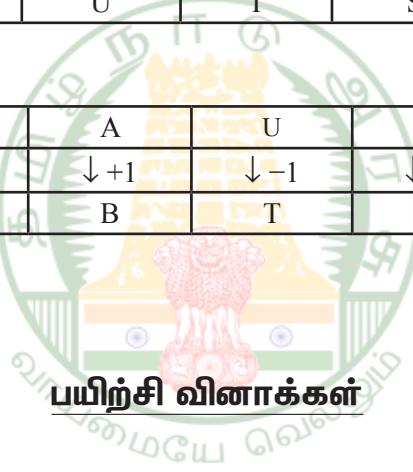
10. NATURE என்பதை OZUTSD எனும் குறியீட்டால் தரப்படின் BEAUTY எனும் குறியீடு எதுணை குறிக்கும்?

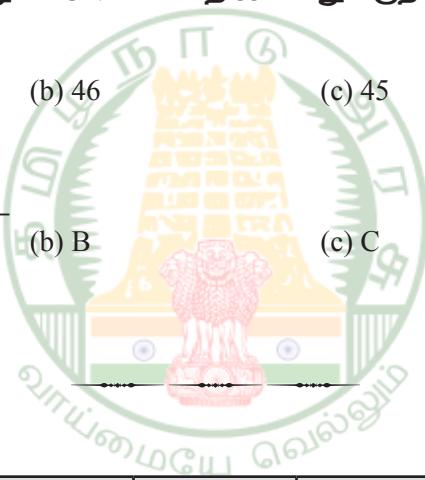
N	A	T	U	R	E
$\downarrow +1$	$\downarrow -1$	$\downarrow +1$	$\downarrow -1$	$\downarrow +1$	$\downarrow -1$
O	Z	U	T	S	D

இதே போன்று

B	E	A	U	T	Y
$\downarrow +1$	$\downarrow -1$	$\downarrow +1$	$\downarrow -1$	$\downarrow +1$	$\downarrow -1$
C	D	B	T	U	X

വിത്ത് = CDBTUX

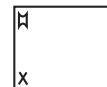
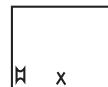
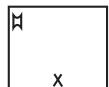
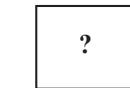
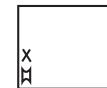
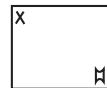
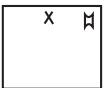




1	2	3	4	5
a	c	b	b	c

வரையட எண் தொடர்கள் (DIAGRAMMATIC SEQUENCES)

1. இத்தொடரில் அடுத்த படம்?



(a) 1

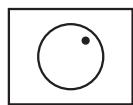
(b) 2

(c) 3

(d) 4

விடை = d

2. இத்தொடரில் அடுத்த படம்?



a

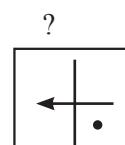
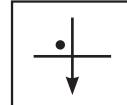
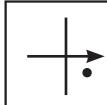
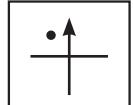
b

c

d

விடை = a

3. பின்வரும் படங்களில் அடுத்து வருவது



a

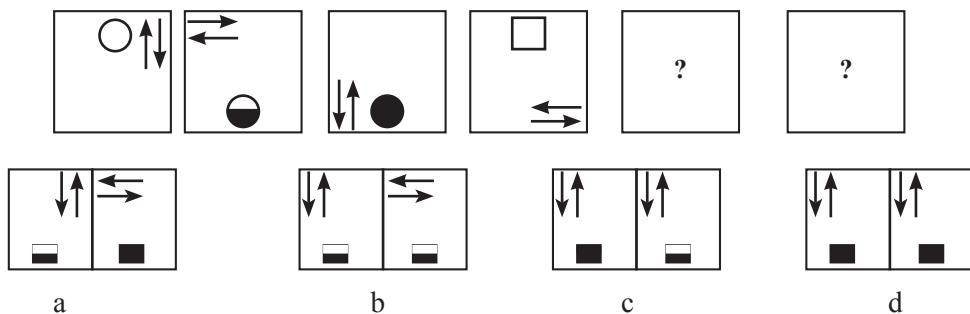
b

c

d

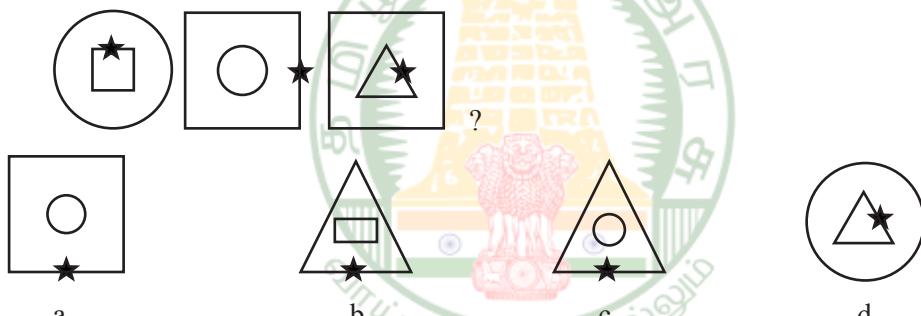
விடை = d

4. கீழ்காணும் தொடரை கவனித்து 5-வது மற்றும் 6-வது இடங்களில் வரும் படங்களை தேர்வு செய்க.



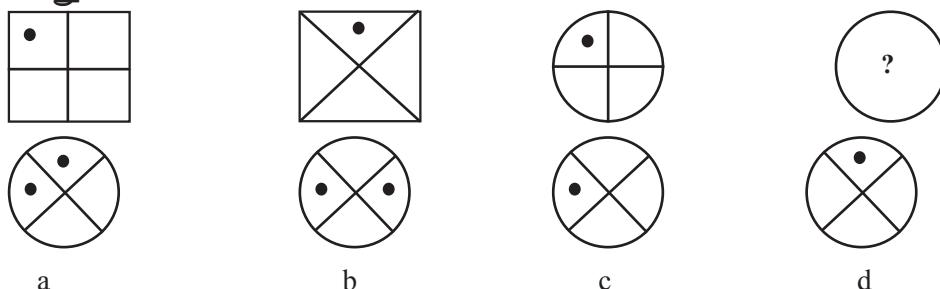
விடை = a

5. அடுத்ததாக வரும் படம் எது என காண்க.



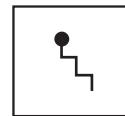
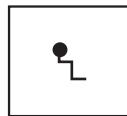
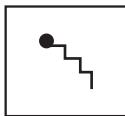
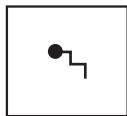
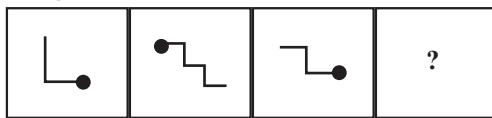
விடை = b

6. முதல் இரண்டு படங்களுக்கிடையேயான தொடர்பின் அடிப்படையில் விடுபட்ட படம் யாது?



விடை = d

7. விடுபட்ட படம் என்ன?



a

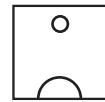
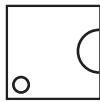
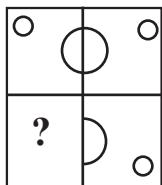
b

c

d

விடை = b

8.



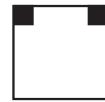
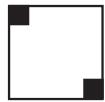
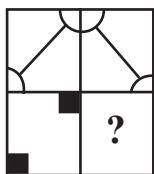
a

b

c

விடை = a

9. கீழ்க்கண்ட விடைகளில் எதைத் தேர்தெருத்து காலியான இடத்தில் பொருத்தினால் படம் முழுமை அடையும்?



a

b

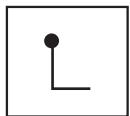
c

d

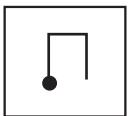
விடை = c

பயிற்சி வினாக்கள்

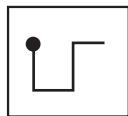
1.



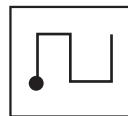
a



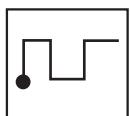
b



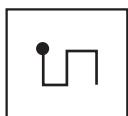
c



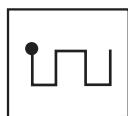
d



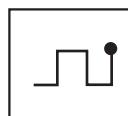
1



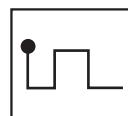
2



3



4



5

2.



a



b



c



d



1



2



3

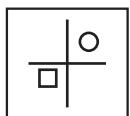


4

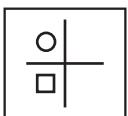


5

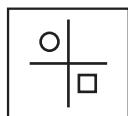
3.



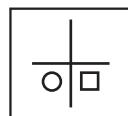
a



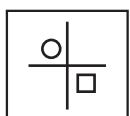
b



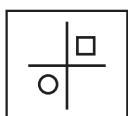
c



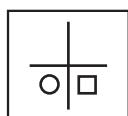
d



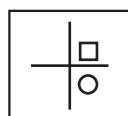
1



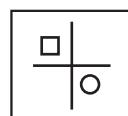
2



3



4



5

4.



a



b



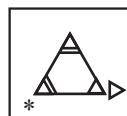
c



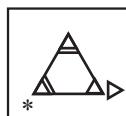
d



1



2



3

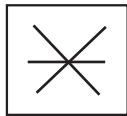


4

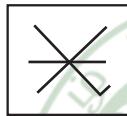


5

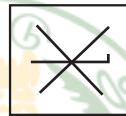
5.



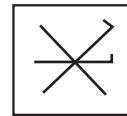
a



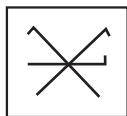
b



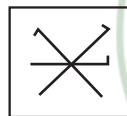
c



d



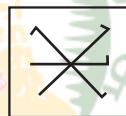
1



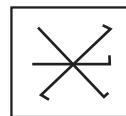
2



3



4



5

1	2	3	4	5
5	2	4	5	3

